

## Einführung in die Diskrete Mathematik

### 1. Übung

1. Zeigen Sie, daß ein Baum  $G = (V, E)$  mit mehr als einem Knoten  $2 + \sum_{v \in V} \max(0, |\delta(v)| - 2)$  Blätter hat. (4 Punkte)
2. Sei  $G$  ein einfacher ungerichteter Graph mit  $|E(G)| \geq |V(G)| + 4$ . Zeigen Sie, daß  $G$  zwei kantendisjunkte Kreise enthalten muß. Gilt das auch, wenn  $|E(G)| = |V(G)| + 3$  gilt? (4 Punkte)
3. (a) Beweisen Sie: Ein zusammenhängender ungerichteter Graph  $G$  enthält genau dann einen Kantenzug, in dem jede Kante von  $G$  genau einmal besucht wird, wenn weniger als vier Knoten in  $G$  ungeraden Grad haben.  
(b) Formulieren Sie eine ähnlich einfach überprüfbare notwendige und hinreichende Bedingung für zusammenhängende gerichtete Graphen, und beweisen Sie die entsprechende Aussage. (4 Punkte)
4. (a) Zeigen Sie: Für jede gerade natürliche Zahl  $n \geq 4$  gibt es einen kubischen (d.h. 3-regulären) zusammenhängenden einfachen Graphen auf  $n$  Knoten.  
(b) Für welche Paare  $(k, n)$  gibt es  $k$ -reguläre einfache Graphen auf  $n$  Knoten? (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 18.10.2012, **vor** der Vorlesung.