Wintersemester 2009/10
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
10. Übung

1. Zeigen Sie, dass man das MAXIMUM-FLOW-PROBLEM als einen Spezialfall des MINIMUM-COST-FLOW-PROBLEMS auffassen kann. (4 Punkte)

2. Betrachten Sie eine Variante des Min-Cost-Flow-Problems, bei der unendliche Kapazitäten erlaubt sind.

   (a) Zeigen Sie, daß eine Instanz dieses Problems genau dann unbeschränkt ist, wenn sie zulässig ist und es einen negativen Kreis gibt, dessen Kanten alle unendliche Kapazität haben.

   (b) Zeigen Sie, daß man in Zeit $O(n^3)$ herausfinden kann, ob eine Eingabe unbeschränkt ist.

   (c) Zeigen Sie, daß in einer Eingabe, die nicht unbeschränkt ist, jede unendliche Kapazität äquivalent durch eine endliche Kapazität ersetzt werden kann. (4 Punkte)

3. Betrachten Sie das folgende Problem: Gegeben sei ein stark zusammenhängender gerichteter Graph G mit nichtnegativen reellen Kantengewichten c. Gesucht ist eine Abbildung $f : E(G) \to \mathbb{N} \setminus \{0\}$, so daß der Graph, der $f(e)$ Kopien von jedem $e \in E(G)$ und $V(G)$ als Knotenmenge enthält, Eulersch ist. Dabei soll $\sum_{e \in E(G)} c(e)f(e)$ minimiert werden. Man gebe einen polynomiellen Algorithmus für dieses Problem an. (4 Punkte)

4. Sei (G, u, c, b) ein Instanz des Minimum-Cost-Flow-Problems. Sei $\bar{e} \in E(G)$ eine Kante mit $c(\bar{e}) > (|V(G)| - 1) \max_{e \in E(G) \setminus \{\bar{e}\}} |c(e)|$. Beweisen Sie die folgende Aussage: Wenn es einen b-Fluß f in (G, u) mit $f(\bar{e}) = 0$ gibt, dann gilt $f(\bar{e}) = 0$ für jede Optimallösung f. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 22.12.2009, **vor** der Vorlesung.