

Einführung in die Diskrete Mathematik

12. Übung

1. Das Entscheidungsproblem **CLIQUE** ist *NP*-vollständig. Ist es weiterhin *NP*-vollständig, wenn es auf Instanzen beschränkt wird, in denen der Graph
 - (a) bipartit ist?
 - (b) 2-fach zusammenhängend ist?

(4 Punkte)
2. Betrachten Sie folgendes Problem: Finde zu einem gegebenen Graph G eine möglichst kleine Menge $X \subseteq V(G)$ mit $X \cup \Gamma(X) = V(G)$. Hier ist $\Gamma(X)$ wieder die Menge der Nachbarn von X . Man zeige, dass es für dieses Problem genau dann einen polynomiellen Algorithmus gibt, wenn $P = NP$ ist.

(4 Punkte)
3. Man bestimme entweder einen polynomiellen Algorithmus für die folgenden Entscheidungsprobleme, oder man beweise ihre *NP*-Vollständigkeit:
 - (a) Gibt es für einen gegebenen ungerichteten Graphen G und eine gegebene Knotenmenge $T \subseteq V(G)$ einen aufspannenden Baum in G , so dass alle Knoten in T Blätter sind?
 - (b) Gibt es für einen gegebenen ungerichteten Graphen G und eine gegebene Knotenmenge $T \subseteq V(G)$ einen aufspannenden Baum in G , so dass alle Blätter Elemente von T sind?

(4 Punkte)
4. Zeigen Sie, dass folgendes Entscheidungsproblem *NP*-schwer ist: Es seien $n, m \in \mathbb{N}$, eine Matrix $A \in \{-1, 0, 1\}^{m \times n}$ und ein Vektor $b \in \mathbb{Z}^m$ gegeben. Existiert dann ein $x \in \mathbb{Z}^n$ mit $Ax \leq b$? (Die letzte Ungleichung ist so zu verstehen, dass jeder Eintrag von $b - Ax$ nichtnegativ ist.)

(4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 27.1.2009, **vor** der Vorlesung.