

## Einführung in die Diskrete Mathematik

### 7. Übung

1. Sei  $G$  ein ungerichteter Graph mit Kantengewichten  $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$ , und sei  $v \in V(G)$ . Gesucht ist ein aufspannender Baum in  $G$  mit minimalem Gewicht, in dem  $v$  kein Blatt ist. Kann man dieses Problem in polynomieller Zeit lösen? (4 Punkte)
2. Der Graph  $G$  sei aus dem  $K_n$  entstanden, indem eine Kante gelöscht wurde. Wie viele Spannbäume enthält  $G$ ? (4 Punkte)
3. Sei  $G$  ein gerichteter Graph, und sei  $r \in V(G)$ . Zeige:  $G$  ist genau dann eine disjunkte Vereinigung von  $k$  aufspannenden Arboreszenzen mit Wurzel  $r$ , wenn der zugrundeliegende ungerichtete Graph eine disjunkte Vereinigung von  $k$  aufspannenden Bäumen ist und  $|\delta^-(x)| = k$  für alle  $x \in V(G) \setminus \{r\}$  gilt. (4 Punkte)
4. Sei  $G$  ein gerichteter Graph, und sei  $r \in V(G)$ . Für jeden Knoten  $v$  enthalte der Graph  $k$  kantendisjunkte Wege von  $r$  nach  $v$ , aber durch das Löschen einer beliebigen Kante geht diese Eigenschaft verloren. Zeige, daß dann jeder von  $r$  verschiedene Knoten in  $G$  genau  $k$  eingehende Kanten hat. (4 Punkte)