

## Einführung in die Diskrete Mathematik

### 6. Übung

1. Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph mit Kantengewichtsfunktion  $c$ . Seien  $A$  und  $B$  minimale aufspannende Bäume von  $G$ . Dann existiert eine Bijektion  $\varphi : E(A) \rightarrow E(B)$  mit  $c(e) = c(\varphi(e))$ . (4 Punkte)
2. Ein Telekommunikationsnetzwerk werde durch einen Graphen  $G = (V, E)$  modelliert, dessen Kanten voneinander unabhängige Ausfallwahrscheinlichkeiten  $p : E \rightarrow [0, 1]$  haben. Wie findet man in  $O(m + n \log n)$  einen spannenden Baum, der die Wahrscheinlichkeit, daß alle seine Kanten funktionieren, maximiert? (4 Punkte)
3. Sei  $T$  ein zufällig mit Gleichverteilung „gewählter“ Baum auf  $V(T) = \{1, \dots, n\}$ . Unabhängig von der Wahl des Baumes sei ein Knoten  $v \in \{1, \dots, n\}$  randomisiert mit Gleichverteilung gewählt. Bestimme die Wahrscheinlichkeit  $P_n$ , daß  $v$  ein Blatt ist. Was ist  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n$ ? (4 Punkte)
4. Man kann in einem gegebenen gerichteten Graphen ein Branching maximaler Kardinalität in linearer Zeit finden. (4 Punkte)

Hinweis: Zunächst bestimme man die starken Zusammenhangskomponenten.