Wintersemester 2007/08
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
4. Übung

1. Sei $G = (V, E)$ ein einfacher ungerichteter Graph. Dann gilt:

   a) Es gibt eine Partition $V = V_1 \cup V_2$, so daß alle Knoten in $G[V_1]$ und $G[V_2]$ geraden Grad haben.

   b) Es gibt eine Partition $V = V_1 \cup V_2$, so daß alle Knoten in $G[V_1]$ geraden Grad und alle Knoten in $G[V_2]$ ungeraden Grad haben. (4 Punkte)

2. Sei G ein ungerichteter Graph, und seien $(V(G), F_1)$ und $(V(G), F_2)$ Wälder in G mit $|F_1| < |F_2|$. Dann existiert eine Kante $e \in F_2 \setminus F_1$, so daß $(V, F_1 \cup \{e\})$ ein Wald ist. (4 Punkte)

3. Ein *Turnier* ist ein gerichteter Graph, bei dem der zugrundeliegende ungerichtete Graph vollständig ist. Zeige, daß folgendes gilt:

   a) Jedes Turnier G enthält einen Hamiltonschen Weg, d.h. einen gerichteten Weg, der alle Knoten von G enthält.

   b) Jedes stark zusammenhängende Turnier G enthält einen Hamiltonschen Kreis, d.h. einen gerichteten Kreis, der alle Knoten von G enthält. (4 Punkte)

4. Sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph, $r \in V$ und $T \subseteq G$ ein durch Tiefensuche ausgehend von r gefundener spannender Baum. Für $u, v \in V$ bezeichne uTv den u-v-Weg in T. Zeige: Für alle Kanten $\{x, y\} \in E$ gilt $x \in rTy$ oder $y \in rTx$. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 13.11.2007, **vor** der Vorlesung.