

Einführung in die Diskrete Mathematik

3. Übung

1. Jeder ungerichtete Graph mit n Knoten und mehr als $\frac{1}{2}n^{3/2}$ Kanten besitzt einen Kreis der Länge höchstens 4. (4 Punkte)
2. Jeder ungerichtete Graph mit $n \geq 3$ Knoten und mehr als $\frac{n^2}{4}$ Kanten besitzt einen Kreis der Länge höchstens 3. (4 Punkte)
3. Sei S eine n -elementige Menge und $\mathcal{A} = \{A_1, \dots, A_n\}$ eine Familie von Teilmengen von S . Dann existiert ein $x \in S$ derart, daß die Mengen $A_i \cup \{x\}$, $i = 1, \dots, n$, alle verschieden sind. (4 Punkte)

Hinweis: Betrachte die Kanten des Graphen $G = (\mathcal{A}, E)$, in dem $\{A_i, A_j\} \in E$ genau dann, wenn $|A_i \Delta A_j| = 1$, wobei $A_i \Delta A_j := A_i \setminus A_j \cup A_j \setminus A_i$.

4. Sei G ein stark zusammenhängender gerichteter Graph, dessen zugrundeliegender ungerichteter Graph mindestens einen Kreis ungerader Länge enthält. Zeige, daß dann auch G einen gerichteten Kreis ungerader Länge enthält. (4 Punkte)