Theorem (Carathéodorys Theorem)

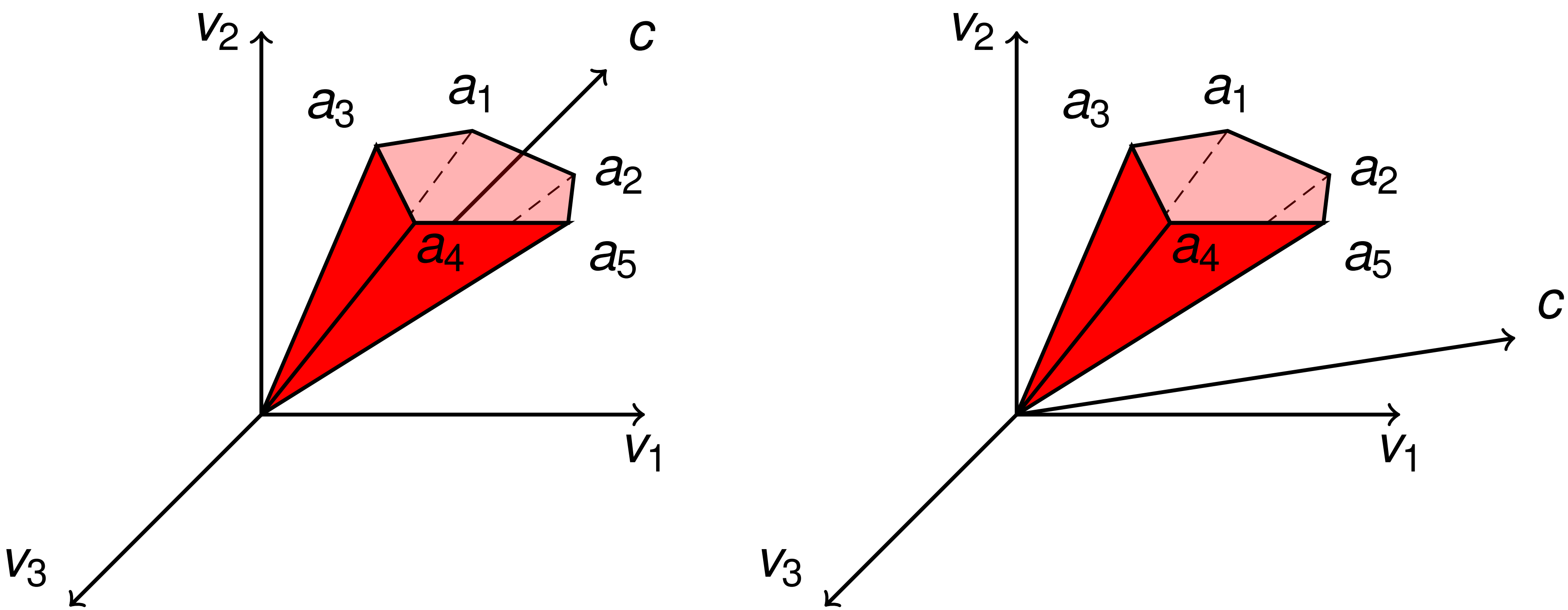
Wenn $X \subseteq \mathbb{R}^n$ eine endliche Menge von Vektoren und $c \in \text{cone}(X)$ ist, dann gibt es linear unabhängige Vektoren $a_1, \ldots, a_k \in X$, sodass $c \in \text{cone}(\{a_1, \ldots, a_k\})$.

Theorem (Fundamentalsatz der linearen Ungleichungen)

Seien $a_1, \ldots, a_m, c \in \mathbb{R}^n$ und t die Dimension des Unterraums von $\mathbb{R}^n$, der von $a_1, \ldots, a_m, c$ aufgespannt wird (d.h. t ist Rang der Matrix mit Zeilen $a_1^t, \ldots, a_m^t, c^t$). Dann gilt genau eine der folgenden Aussagen:

(a) c kann als nicht-negative Kombination von linear unabhängigen Vektoren aus $a_1^t, \ldots, a_m^t$ geschrieben werden.

(b) Es gibt eine Hyperebene $\{x \in \mathbb{R}^n \mid u^t x = 0\}$ (für ein $u \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$), die $t - 1$ linear unabhängige Vektoren aus $a_1, \ldots, a_m$ enthält, sodass $a_i^t u \geq 0$ für $i \in \{1, \ldots, m\}$ und $c^t u < 0$.


v_2
c
a_3
a_1
a_2
a_4
a_5
v_1
v_3
v_2
a_3
a_1
a_2
a_4
a_5
c
v_1
v_3