

## Kombinatorik, Graphen, Matroide

### 6. Übung

1. Es sei  $G$  ein Graph, in dem jeder Knoten mindestens Grad 3 hat. Überprüfen Sie für die beiden folgenden Aussagen, ob sie dann notwendigerweise gelten. Begründen Sie Ihre Antworten.

(a)  $G$  enthält einen Kreis, dessen Länge nicht durch zwei teilbar ist.

(b)  $G$  enthält einen Kreis, dessen Länge nicht durch drei teilbar ist. (4 Punkte)

2. Sei  $G$  ein ungerichteter einfacher Graph. Zeigen Sie, dass es eine Partition  $E(G) = E_1 \dot{\cup} E_2$  der Kantenmenge von  $G$  gibt, so dass für jeden Knoten  $v \in V(G)$  gilt:

$$| |\delta_G(v) \cap E_1| - |\delta_G(v) \cap E_2| | \leq 2.$$

(4 Punkte)

3. Sei  $G$  ein einfacher ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten.

(a) Zeigen Sie, dass, wenn  $m \geq n + 4$  gilt,  $G$  zwei kantendisjunkte Kreise enthalten muss. Folgt das auch notwendigerweise, wenn  $m = n + 3$  gilt?

(b) Zeigen Sie, dass  $G$  genau dann zweifach kantenzusammenhängend ist, wenn er mindestens zwei Knoten und eine Ohrenzerlegung hat. (4+2 Punkte)

4. Analog zu Einbettungen von Graphen in die Ebene kann man auch überschneidungsfreie Einbettungen in den Torus betrachten. Zeigen Sie, dass der  $K_7$  überschneidungsfrei in den Torus einbettbar ist. (2 Punkte)

#### Homepage der Übung:

[http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss17/kgm\\_uebung\\_ss17.html](http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss17/kgm_uebung_ss17.html)

**Abgabe:** Donnerstag, den 1.6.2017, vor der Vorlesung.

**Ankündigung der Fachschaft Mathematik:** Die Fachschaft Mathematik feiert am 1.6. ihre Matheparty in der N8schicht. Der VVK findet am Mo. 29.05., Di. 30.05. und Mi 31.05. in der Mensa Poppelsdorf statt. Alle weitere Infos auch auf [fsmath.uni-bonn.de](http://fsmath.uni-bonn.de).