

Kombinatorik, Graphen, Matroide

5. Übung

1. Für Konstanten $b, c, d \in \mathbb{R}$ sei die Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ gegeben durch $a_n = ba_{n-1} + cd^{n-1}$ für $n \geq 1$ und $a_0 = 0$. Finden Sie eine geschlossene Formel zur Berechnung der Folgenglieder.
(4 Punkte)
2. Es sei $C_0 = 0$, und für $n > 0$ sei C_n die Zahl der Möglichkeiten, ein Produkt $a_1 a_2 \dots a_n$ zu klammern. Beispielsweise ist $C_4 = 5$, da es genau die 5 Möglichkeiten $((a_1 a_2) a_3) a_4$, $(a_1 a_2)(a_3 a_4)$, $a_1((a_2 a_3) a_4)$, $a_1(a_2(a_3 a_4))$, $(a_1(a_2 a_3)) a_4$ gibt.
 - (a) Zeigen Sie, dass für $n > 1$ gilt: $C_n = \sum_{k=1}^{n-1} C_k C_{n-k}$.
 - (b) Bestimmen Sie die erzeugende Funktion $G(z) = \sum_{n \geq 0} C_n z^n$.
Hinweis: Betrachten Sie $G(z)^2$. (2+3 Punkte)
3. Für $n \in (\mathbb{N} \cup \{0\})$ sei a_n der Wörter der Länge n über dem Alphabet $\{A, B, C, 1, 2, 3, 4\}$, in denen keine drei Zahlen direkt hintereinander stehen. Bestimmen Sie die Erzeugende Funktion $A(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$. (3 Punkte)

Homepage der Übung:

http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss17/kgm_uebung_ss17.html

Abgabe: Dienstag, den 23.5.2017, vor der Vorlesung.