Sommersemester 2017
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
2. Übung

1. Zeigen Sie:

   (a) $s_{n+1,k+1} = \sum_{i=k}^{n} \binom{i}{k} s_{n,i}$,

   (b) $S_{n+1,k+1} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} S_{i,k}$. (2+2 Punkte)

2. Für $m, n \in \mathbb{N}$ definieren wir $X_n := \{1, \ldots, n\}$ und

   $$A_{n,m} := \left|\left\{\pi : X_n \to X_n : \pi \text{ Permutation und } |\{i \in X_n \setminus \{n\} : \pi(i) < \pi(i+1)\}| = m\right\}\right|.$$

   Außerdem sei $A_{0,0} := 1$ und $A_{0,k} := 0$ (für $k > 0$). Zeigen Sie, wie man $A_{n,m}$ für $n > 0$ und $m > 0$ aus $A_{n-1,m-1}$ und $A_{n-1,m}$ durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen bestimmen kann. (3 Punkte)

3. (a) Geben Sie eine möglichst große Menge von positiven ganzen Zahlen an, so dass die Summe von je drei dieser Zahlen eine Primzahl ist. Zeigen Sie auch, dass die von Ihnen gewählte Menge größtmöglich ist, dass es also keine größere Menge mit dieser Eigenschaft gibt.

   (b) Ein Biber fällt über einen Zeitraum von 90 Tagen jeden Tag wenigstens einen Baum, aber insgesamt nicht mehr als 150 Bäume. Man zeige, dass es dann für jedes $k \in \{1, \ldots, 29\}$ einen Zeitraum von aufeinanderfolgenden Tagen gibt, an dem der Biber genau k Bäume fällt. (3+3 Punkte)

4. Bestimmen Sie die Ramsey-Zahl $R(3, 4)$. (3 Punkte)

Homepage der Übung:
`http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss17/kgm_uebung_ss17.html`

Abgabe: Donnerstag, den 4.5.2017, vor der Vorlesung.