Sommersemester 2017
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
1. Übung

1. Zeigen Sie durch kombinatorische Argumente, dass für Zahlen $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt:

   (a)
   $$\binom{mn}{2} = m\binom{n}{2} + n^2\binom{m}{2}.$$

   (b) Falls $m \leq n$, dann gilt:
   $$\sum_{k=m}^{n} \binom{n}{k}\binom{k}{m} = \binom{n}{m} 2^{n-m}.$$

   (2+2 Punkte)

2. Wie viele Möglichkeiten gibt es, k Zahlen aus der Menge $\{1, \dots, n\}$ auszuwählen, ohne dass man zwei aufeinanderfolgende Zahlen aussucht? (4 Punkte)

3. Es sei $B_0 = 1$ und $B_n = \sum_{k=0}^{n} S_{n,k}$ für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$:
   $$B_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} B_k.$$

   (4 Punkte)

4. Es sei $\tilde{B}_0 = 1$ und $\tilde{B}_n = \sum_{k=0}^{n} k! S_{n,k}$ für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Finden Sie (analog zu Aufgabe 3) eine rekursive Formel, mit der sich für $n \in \mathbb{N}$ der Wert $\tilde{B}_{n+1}$ aus den Werten $\tilde{B}_0, \dots, \tilde{B}_n$ berechnen lässt. Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Formel. (4 Punkte)

Homepage der Übung:
`http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss17/kgm_uebung_ss17.html`

Abgabe: Donnerstag, den 27.4.2017, vor der Vorlesung.