Sommersemester 2008
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide

9. Übung

1. Ein ungerichteter planarer Graph G heißt *selbstdual*, wenn es eine Einbettung von G gibt, so daß G in bezug auf diese Einbettung isomorph zu G^* ist.

   (a) Welche regulären selbstdualen Graphen gibt es?

   (b) Gibt es (bezüglich der Knotenzahl) beliebig große selbstduale Graphen? (4 Punkte)

2. Sei G ein zusammenhängender gerichteter Graph mit fester planarer Einbettung, und sei G^* das planare Dual mit Standardeinbettung. Welcher Zusammenhang besteht zwischen G und $(G^*)^*$? (4 Punkte)

3. Seien $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$. Die Landauschen Symbole sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}
f(n) = O(g(n)) \quad &:\Leftrightarrow \quad \exists C \in \mathbb{R}^+ \ \exists n_0 \in \mathbb{N} : |f(n)| \leq C|g(n)| \ \forall n \geq n_0 \\
f(n) = \Omega(g(n)) \quad &:\Leftrightarrow \quad \exists C \in \mathbb{R}^+ \ \exists n_0 \in \mathbb{N} : |f(n)| \geq C|g(n)| \ \forall n \geq n_0 \\
f(n) = \Theta(g(n)) \quad &:\Leftrightarrow \quad f(n) = O(g(n)) \text{ und } g(n) = O(f(n))
\end{aligned}$$

   Zeigen Sie:

   (a) $17n + \log n = \Theta(n)$
   (b) $\binom{n}{k} = \Theta(n^k)$ für festes $k \in \mathbb{N}$
   (c) $n^k = O(c^n)$ für alle $k \in \mathbb{N}$ und $c > 1$
   (d) $n^3 \neq \Theta(n^4)$, $\log(n^3) = \Theta(\log(n^4))$
   (e) $n \log(n) = O(n^{1+\varepsilon})$ für alle $\epsilon > 0$
   (f) $\log(n!) = \Theta(n \log(n))$ (4 Punkte)

4. Sortieren Sie die folgenden Funktionen mit Hilfe der O- und der Θ-Notation:

$$(\sqrt{2})^{\log(n)}, \quad 2^{\log(n)}, \quad n^2, \quad \lceil \log(n) \rceil !, \quad 2^{\sqrt{2\log(n)}}, \quad \log(n!), \quad 2^{(2^n)}, \quad 2^{(2^{n+1})}.$$

(4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 17.6.2008, **vor** der Vorlesung.