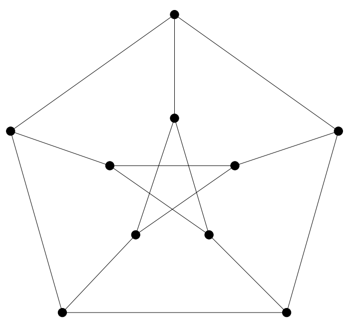
Sommersemester 2008
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
8. Übung

1. Der folgende Graph heißt Petersen-Graph:



   (a) Man gebe drei Gründe an, warum der Petersen-Graph nicht planar ist.

   (b) Wie groß ist die minimale Anzahl von Kanten, die man aus dem Petersen-Graphen entfernen muß, um ihn planar zu machen? (4 Punkte)

2. Zeigen Sie, daß es genau fünf platonische Körper gibt, d.h. daß es (bis aus Isomorphie) genau fünf 3-zusammenhängende reguläre planare Graphen gibt, deren Flächen alle von Kreisen derselben Länge berandet werden. (4 Punkte)

3. Gegeben seien ein Graph G und eine Kante $e = \{v, w\} \in E(G)$. H ist eine Unterteilung von G durch e, wenn $V(H) = V(G) \cup \{x\}$ und $E(H) = (E(G) \setminus \{e\}) \cup \{\{v, x\}, \{x, w\}\}$. Ein Graph, der aus G durch sukzessives Unterteilen von Kanten entsteht, heißt Unterteilung von G.

   (a) Wenn H eine Unterteilung von G enthält, dann ist G ein Minor von H. Umgekehrt ist dies nicht der Fall.

   (b) Wenn ein Graph den $K_{3,3}$ oder den K_5 als Minor enthält, dann enthält er auch eine Unterteilung vom $K_{3,3}$ oder K_5.

   (c) Man folgere, daß ein Graph genau dann planar ist, wenn kein Subgraph eine Unterteilung vom $K_{3,3}$ oder K_5 ist. (4 Punkte)

bitte wenden

4. Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter einfacher Graph. Der Liniengraph von G ist definiert als Graph $L(G) = (E, F)$, wobei $F = \{\{e, e'\} \subseteq E \mid |e \cap e'| = 1\}$. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) Wenn G planar ist, dann ist auch der Liniengraph von G planar.

   (b) Wenn der Liniengraph von G planar ist, dann ist auch G planar. (4 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 10.6.2008, **vor** der Vorlesung.