Mathematische Optimierung II
Sommersemester 2005

Prof. Dr. Dieter Rautenbach
Ulrich Brenner

Übungsblatt 3

Aufgabe 1:
Beweisen Sie den folgenden Satz:
Sei $A \in \mathbb{Z}^{m \times n}$, so daß jede Teildeterminante von A maximal den Betrag Δ hat. Seien $b \in \mathbb{R}^m$ und $c \in \mathbb{R}^n$.
Sind sowohl

$$\max\{c^T x \mid Ax \leq b\} \tag{1}$$

als auch

$$\max\{c^T x \mid Ax \leq b, x \in \mathbb{Z}^n\} \tag{2}$$

optimal lösbar, so folgt: Zu jeder optimalen Lösung z von (2) existiert eine optimale Lösung y von (1) mit $||y - z||_\infty \leq n\Delta$. (4 Punkte)

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, daß die Schranke $n\Delta$ in Aufgabe 1 bestmöglich ist. (4 Punkte)
Hinweis: Betrachten Sie die Matrix $A = (a_{ij})_{\substack{i=1,\ldots,n \\ j=1,\ldots,n}}$ mit

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & : \quad i = j, \\ -1 & : \quad i = j+1, \\ 0 & : \quad \text{sonst.} \end{cases}$$

Aufgabe 3:
Zeigen Sie: Ist A total unimodular, so auch A^T und $[I \quad -I \quad A^T \quad -A^T]$.
(4 Punkte)

b. w.

Aufgabe 4:
Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist:
Die Inverse einer regulären total unimodularen Matrix ist ebenfalls total unimodular.
Begründen Sie Ihre Antwort. (3 Punkte)

Aufgabe 5:
Sei U eine unimodulare $n \times n$-Matrix. Zeigen Sie, daß die Abbildung

$$f\,:\,\mathbb{Z}^n \to \mathbb{Z}^n, \quad f(x) := Ux$$

bijektiv ist. (2 Punkte)

Abgabe: Freitag, 29. April 2005, vor der Vorlesung.