Mathematische Optimierung II | Prof. Dr. Dieter Rautenbach
Sommersemester 2004 | Sven Peyer

Übungsblatt 11

Aufgabe 1:
Betrachten Sie das folgende primale Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{lrcl} \min & x_1^2 + x_2^2 & & \\ \text{s.t.} & -x_1 - x_2 + 4 & \leq & 0 \\ & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

(i) Bestimmen Sie die optimale Lösung des primalen Problems.

(ii) Bestimmen und lösen Sie das zugehörige duale Problem.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Beweisen Sie die folgende Aussage unter den Voraussetzungen des Satzes 2.4.5 der Vorlesung:
$(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu})$ ist genau dann Sattelpunkt der Lagrangefunktion $L(x, \lambda, \mu)$, wenn $\bar{x}$ und $(\bar{\lambda}, \bar{\mu})$ die Probleme (P) und (D) (definiert zu Beginn des Kapitels 2.4) optimal lösen und $f(\bar{x}) = \Theta(\bar{\lambda}, \bar{\mu})$ gilt.

(5 Punkte)

Aufgabe 3:
Zeigen Sie die Umkehrung von Satz 2.4.6 der Vorlesung:
Ist $(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu})$ mit $\bar{\mu} \geq 0$ ein Sattelpunkt der Lagrangefunktion $L(x, \lambda, \mu)$, so ist $\bar{x} \in M[h, g]$, und $(\bar{x}, \bar{\lambda}, \bar{\mu})$ erfüllt die in Satz 2.4.6 gegebenen KKT-Bedingungen.

(5 Punkte)

(b.w.)

Aufgabe 4:
Betrachten Sie das folgende duale Optimierungsproblem:

$$\min\{x_2 \,:\, x_1^2 + x_2^2 \leq 1, x_1 \geq 1, (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2\}.$$

(i) Bestimmen Sie die optimale Lösung des primalen Problems.

(ii) Ist die optimale Lösung ein KKT-Punkt?

(iii) Existiert ein Sattelpunkt?

(iv) Bestimmen und lösen Sie das zugehörige duale Problem.

(6 Punkte)

Abgabe: Dienstag, 13. Juli 2004, vor der Vorlesung.