Mathematische Optimierung II — Prof. Dr. Dieter Rautenbach
Sommersemester 2004 — Sven Peyer

Übungsblatt 9

Aufgabe 1:

(i) Seien h_i, $i \in I$, und g_j, $j \in J$, stetig. Zeigen Sie, dass $M[h,g]$ eine abgeschlossene Menge ist. Zeigen Sie, dass zu jedem $\bar{x} \in M[h,g]$ eine offene Umgebung U von $\bar{x}$ existiert, so dass $J_0(x) \subseteq J_0(\bar{x})$ für alle $x \in U \cap M[h,g]$ gilt.

(ii) Die Menge $M[h,g]$ erfülle die LUB im Punkt $x \in M[h,g]$. Zeigen Sie, dass die LUB auf $U \cap M[h,g]$ für eine Umgebung U von x erfüllt ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Zeigen Sie unter den Annahmen von Satz 2.0.8 für den Standarddiffeomorphismus Φ, dass

$$D\Phi(\bar{x})T_{\bar{x}}M = \{0_m\} \times \{0_p\} \times \mathbb{R}^{n-m-p}$$

und

$$D\Phi(\bar{x})C_{\bar{x}}M = \{0_m\} \times \mathbb{H}^p \times \mathbb{R}^{n-m-p}$$

gelten.

(4 Punkte)

Aufgabe 3:
Es sei $h(x_1,x_2) = x_1^2 - x_2^2$. Zeigen Sie, dass in $0 \in M[h]$ die LUB nicht erfüllt ist und dass die Aussage (i) von Satz 2.0.8 in $0 \in M[h]$ nicht gilt.

(4 Punkte)

Aufgabe 4:
Beweisen Sie den Satz 2.1.2 aus der Vorlesung.

(b.w.)

Hinweis: Betrachten Sie eine im Punkt $0 \in \mathbb{R}^n$ differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Welche Konsequenzen für die partiellen Ableitungen von f in 0 ergeben sich, wenn $0 \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{H}^q$ mit $n = p + q$ ein lokales Minimum von $f_{|\mathbb{R}^p \times \mathbb{H}^q}$ ist?

(5 Punkte)

Aufgabe 5:
Sei $P := \{x : Ax \geq b\}$. Betrachten Sie Optimierungsfunktionen der Form $\min\{c^T x : x \in P\}$, mit $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$).

(i) Bestimmen Sie Tangentialraum und -kegel für P.

(ii) Für $c^T x, P, \bar{x}$ seien die Voraussetzungen des Satzes 2.1.2 erfüllt. Interpretieren Sie Voraussetzung und Aussage des Satzes für $c^T x, P, \bar{x}$. Zeigen Sie darüber hinaus, dass die Lagrange-Multiplikatoren gerade den dualen Variablen entsprechen und dass man die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen mit Hilfe von Dualität und komplementärem Schlupf ausdrücken kann.

(6 Punkte)

Abgabe: Dienstag, 29. Juni 2004, vor der Vorlesung.