Mathematische Optimierung II — Prof. Dr. Dieter Rautenbach
Sommersemester 2004 — Sven Peyer

Übungsblatt 7

Aufgabe 1:
Seien $P := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \sqrt{2}x, x \geq 0\}$ und $Q := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = \sqrt{2}x\}$. Zeigen Sie, dass $P' = P \neq P_I$ und $Q' = \mathbb{R}^2$ gilt.

(4 Punkte)

Aufgabe 2:
Seien $k \in \mathbb{N}$ und P_k die konvexe Hülle der drei Punkte $(0, 0)$, $(0, 1)$ und $(k, \frac{1}{2})$ im $\mathbb{R}^2$. Beschreiben Sie $P_k^{(t)}$ für $t \in \mathbb{N}$.

(6 Punkte)

Aufgabe 3:
Zeigen Sie, dass es für das t aus Satz 1.7.6 der Vorlesung keine Schranke gibt, die nur von der Dimension des Raumes abhängt.

(1 Punkt)

Aufgabe 4:
Beweisen Sie folgenden Satz von Chvátal (1973): Für jedes Polytop P existiert ein $t \in \mathbb{N}$ mit $P^{(t)} = P_I$.

(2 Punkte)

Aufgabe 5:
Sei $P \subseteq [0, 1]^n$ ein d-dimensionales rationales Polytop im Einheitswürfel mit $P_I = \emptyset$. Beweisen Sie: $P' = \emptyset$ für $d = 0$ sowie $P^{(d)} = \emptyset$ für $d > 0$.

(b.w.)

Hinweise:

(i) Führen Sie den Beweis für $d > 0$ mittels Induktion über d und n.

(ii) In der Vorlesung *Mathematische Optimierung I* wurde die Dimension $\dim(X)$ einer nicht-leeren Menge $X \subseteq \mathbb{R}^n$ definiert durch

$$\dim(X) := n - \max\{\operatorname{rang}(A) \,:\, A \in \mathbb{R}^{n\times n} \text{ mit } Ax = Ay \text{ für alle } x, y \in X\}$$

(6 Punkte)

Abgabe: Dienstag, 15. Juni 2004, vor der Vorlesung.