Mathematische Optimierung I
Wintersemester 2006/2007
Abgabe: bis Donnerstag, 25. Januar 2007, **vor** der Vorlesung

Übungsblatt 10

Aufgabe 38:

Zeige, dass die Menge der Optimallösungen einer Instanz des Minimum-Cost-Flow-Problems entweder leer ist oder eine Spannbaumlösung enthält.

(4 Punkte)

Aufgabe 39:
Sei (G, u, b, c) eine Instanz des Minimum-Cost-Flow-Problems. Zeige, dass die Menge der Basislösungen von

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^{E(G)} : 0 \leq x_e \leq u(e)(e \in E(G)), \sum_{e \in \delta^+(v)} x_e - \sum_{e \in \delta^-(v)} x_e = b(v)(v \in V(G)) \right\}$$

gleich der Menge der Spannbaumlösungen von (G, u, b, c) ist. (4 Punkte)

Aufgabe 40 (Abgabe bis Do, 1. Februar 2007, vor der Vorlesung):

Implementiere den in der Vorlesung vorgestellten Network-Simplex-Algorithmus für das Minimum-Cost-Flow-Problem

$$\min \Big\{ \textstyle\sum_{e \in E(G)} c(e)\, x_e : \quad x \in \mathbb{R}^{E(G)}, \quad 0 \leq x \leq u, \quad \sum_{e \in \delta^+(v)} x_e - \sum_{e \in \delta^-(v)} x_e = b(v) \;\; \forall v \in V(G) \Big\}.$$

Hierbei ist $b \in \mathbb{Z}^{V(G)}$ mit $\mathbb{1} \cdot b = 0$, $u \in \mathbb{Z}_+^{E(G)}$ und $c \in \mathbb{Z}^{E(G)}$.
Auf der Übungswebseite werden Testinstanzen und eine Einleseroutine zur Verfügung gestellt, aus der das Format der Instanzen deutlich wird. Die Graphen können parallele Kanten besitzen. Knotenindizes laufen von 0 bis $n - 1$, Kantenindizes von 0 bis $m - 1$.
Der Code muss einen optimalen Fluss mit Knotenpotenzialen ausgeben oder entscheiden, dass kein zulässiger Fluss existiert.

(16 Punkte)