Springer-Lehrbuch

Stefan Hougardy · Jens Vygen

Algorithmische Mathematik

Springer Spektrum

Stefan Hougardy
Jens Vygen
Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn
Bonn, Deutschland

ISSN 0937-7433
ISBN 978-3-662-47013-8 ISBN 978-3-662-47014-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-47014-5

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2010): 00-01, 00A69, 68-01, 65-01, 68Q01, 68R01, 68W01, 68N15, 05C85, 90C27, 65F05

Springer Spektrum

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer-Verlag GmbH Berlin Heidelberg ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media
(www.springer.com)

Vorwort

Seit es Computer gibt, nimmt die Bedeutung von Algorithmen in fast allen Bereichen der Mathematik ständig zu. An der Universität Bonn wurde daher neben Analysis und Linearer Algebra eine dritte Grundvorlesung für das erste Semester konzipiert: die Algorithmische Mathematik. Dieses Buch gibt genau die Inhalte dieser Vorlesung wieder, die die Autoren mehrfach gehalten haben, und die etwa 30 mal 90 Minuten (zuzüglich Übungen) umfasst. Wir setzen nirgends mehr als Schulwissen voraus; dennoch ist das Buch für Leser ohne mathematische Vorbildung anspruchsvoll.

Im Gegensatz zu den meisten anderen einführenden Büchern über Algorithmen, die vielleicht eher auf Informatikstudenten abzielen, legen wir von Anfang an viel Wert auf eine rigorose mathematische Vorgehensweise. Exakte Definitionen, präzise Sätze und genau ausgearbeitete elegante Beweise sind gerade am Anfang eines Mathematikstudiums unentbehrlich. Das Buch beinhaltet aber auch viele Beispiele, Erläuterungen und Hinweise auf weiterführende Themen.

Bei der Auswahl der Themen haben wir darauf geachtet, ein möglichst breites Spektrum von Algorithmen und algorithmischen Fragestellungen zu zeigen, soweit dies ohne tiefere mathematische Kenntnisse möglich ist. Wir behandeln Grundlagen (Kap. 1–3), numerische Fragen (Kap. 4–5), Graphen (Kap. 6–7), Sortieralgorithmen (Kap. 8), Kombinatorische Optimierung (Kap. 9 und 10) sowie die Gauß-Elimination (Kap. 11). Dabei sind die verschiedenen Themen oft miteinander verzahnt; die Reihenfolge kann daher nicht ohne Weiteres verändert werden. Neben klassischen Algorithmen und deren Analyse wird der Leser wichtige theoretische Grundlagen, viele Querverbindungen und sogar auch Hinweise auf offene Forschungsfragen entdecken.

Algorithmen wirklich zu verstehen und mit ihnen zu arbeiten ist kaum möglich, ohne sie auch implementieren zu können. Parallel zu den mathematischen Themen führen wir daher in diesem Buch in die Programmiersprache C++ ein. Wir bemühen uns dabei, die technischen Details auf das Notwendige zu beschränken — dies ist kein Programmierkurs! — und dennoch das Buch auch für Studienanfänger ohne Programmiererfahrung zugänglich zu machen.

Die von uns sorgfältig konzipierten Programmbeispiele sollen einerseits die wichtigsten Elemente der Sprache C++ lehren und darüber hinaus zum Selbststudium anregen. Andererseits sind sie aber auch stets so gewählt, dass sie thematisch den jeweiligen Stoff ergänzen. Natürlich kann man nicht wirklich programmieren lernen, ohne es selbst zu tun, ebenso wenig wie man Mathematik lernen kann, ohne selbst Aufgaben und Probleme zu lösen. Dazu möchten wir alle Studienanfänger von Beginn an mit Nachdruck ermuntern.

Wir wünschen allen Lesern viel Freude an der Algorithmischen Mathematik!

Bonn, März 2015 Stefan Hougardy und Jens Vygen

Anmerkungen zu den C++-Programmen

Dieses Buch enthält eine Reihe von Programmbeispielen in C++. Der Sourcecode aller dieser Programme kann über die Webseiten der Autoren heruntergeladen werden. Wir benutzen in diesem Buch die in ISO/IEC 14882:2011 [6] spezifizierte C++-Version, die auch unter dem Namen C++11 bekannt ist. Zum Kompilieren der Programmbeispiele eignen sich alle gängigen C++-Compiler, die diese C++-Version unterstützen. Beispielsweise unterstützt der frei verfügbare GNU C++ Compiler g++ ab der Version 4.8.1 alle in diesem Buch benutzten Sprachelemente von C++11. Gute Lehrbücher zu C++11 sind z. B. [5, 26, 33]. Ausführliche Informationen zu C++11 findet man auch im Internet, z. B. unter http://de.cppreference.com oder http://www.cplusplus.com.

Danksagung

Wir möchten uns an dieser Stelle bei allen bedanken, die uns im Laufe der Jahre Anregungen und Verbesserungsvorschläge zu diesem Buch gegeben haben. Neben den Studierenden aus unseren Vorlesungen möchten wir uns hier insbesondere bei Christoph Bartoschek, Ulrich Brenner, Helmut Harbrecht, Stephan Held, Dirk Müller, Philipp Ochsendorf, Jan Schneider und Jannik Silvanus bedanken.

Für Hinweise auf verbleibende Fehler und weitere Verbesserungsvorschläge sind wir natürlich jederzeit dankbar.

Stefan Hougardy und Jens Vygen

Symbolverzeichnis

$\mid$	mit der Eigenschaft, dass
$\exists$	es gibt (mindestens) ein
$\forall$	für alle
$\emptyset$	leere Menge
$\subseteq$	Teilmenge
$\subset$	echte Teilmenge
$\cup$	Vereinigung von Mengen
$\cap$	Schnitt von Mengen
$\dot{\cup}$	disjunkte Vereinigung von Mengen
$\triangle$	symmetrische Differenz
$\times$	kartesisches Produkt
$\wedge$	logisches und
$\vee$	logisches oder
$\lceil . \rceil$	obere Gaußklammer
$\lfloor . \rfloor$	untere Gaußklammer
$\approx$	ungefähr gleich
$\leftarrow$	Zuweisung im Pseudocode
$^\top$	Transposition

Inhaltsverzeichnis