

## Lineare und ganzzahlige Optimierung

### Übungszettel 8

**Aufgabe 1:** Wir definieren

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ s & -1 \end{pmatrix} \text{ und } b := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie für  $s = -1$  und  $s = -2$  mit  $x_0 = 0$  und  $R = 2$  und hinreichend großem  $N$  jeweils eine zulässige Lösung in  $P = \{x \in \mathbb{R}^2 : Ax \leq b\}$  mit der Ellipsoidmethode. (5 Punkte)

**Aufgabe 2:**

Zeigen Sie, dass der in Satz 7.20 angegebene Algorithmus das Problem LINEARE OPTIMIERUNG für eine Instanz  $\max\{c^T x : Ax \leq b\}$ , mit  $A \in \mathbb{Q}^{m \times n}$ ,  $b \in \mathbb{Q}^m$ ,  $c \in \mathbb{Q}^n$ , in  $O((n+m)^9(\text{size}(A) + \text{size}(b) + \text{size}(c))^2)$ -Zeit löst. (5 Punkte)

**Aufgabe 3:**

Es sei  $G$  ein einfacher ungerichteter Graph. Zeigen Sie, dass folgendes Problem mit Hilfe der Ellipsoidmethode in polynomieller Zeit in  $|V(G)|$  gelöst werden kann.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{e=\{v,w\} \in E(G)} x_{vw} \\ \text{s.d.} \quad & \sum_{w \in S} x_{vw} \geq \left\lceil \frac{1}{4}|S|^2 + \frac{1}{2}|S| \right\rceil \quad (v \in V(G), S \subseteq V(G) \setminus \{v\}) \\ & x_{uw} \leq x_{uv} + x_{vw} \quad (u, v, w \in V(G)) \\ & x_{vw} \geq 0 \quad (v \in V(G)) \\ & x_{vv} = 0 \quad (v \in V(G)) \end{aligned}$$

(Es handelt sich um eine LP-Relaxierung des OPTIMAL LINEAR ARRANGEMENT PROBLEMS: Finde eine Anordnung  $\{v_1, \dots, v_{|V(G)|}\} = V(G)$  der Knoten, so dass  $\sum_{\{v_i, v_j\} \in E(G)} |i - j|$  minimal ist.) (5 Punkte)

**Aufgabe 4:** Betrachten Sie das folgende ILP (ganzzahlig lineares Programm)

$$\begin{array}{ll} \max & -\sqrt{2}x + y \\ & -\sqrt{2}x + y \leq 0 \\ & x \geq 1 \\ & y \geq 0 \\ & x, y \in \mathbb{Z} \end{array}$$

Zeigen Sie:

1. Das ILP besitzt zulässige Lösungen. (1 Punkt)
2. Der Zielfunktionswert ist nach oben durch 0 beschränkt. (1 Punkt)
3. Es gibt keine Optimallösung. (2 Punkte)
4. Bezeichnet  $S$  die Lösungsmenge des ILPs, so ist  $\text{conv}(S)$  kein Polyeder. (1 Punkt)

**Abgabetermin ist Dienstag, der 13.12.2011, vor der Vorlesung (12:15).**

**Mentorenveranstaltung:**

Am Donnerstag, den 8.12., findet um 18h s.t. im Konferenzraum des Arithmeums die Vorstellung von Sonja Wittkes Bachelorarbeit mit dem Thema „Diskrete Time-Cost-Tradeoff-Probleme“ statt. Neben der thematischen Vorstellung bietet sich hier außerdem die Möglichkeit Informationen über den Ablauf einer Bachelorarbeit einzuholen.