

Lineare und ganzzahlige Optimierung

Übungszettel 3

Aufgabe 1:

Beweisen Sie die folgenden Alternativsätze (wobei $\dot{\vee}$ *entweder oder* bedeutet):

a) $(\exists x : Ax \leq c, Ax \neq c)$

$$\dot{\vee} \left(\exists y : (A^T y = 0, c^T y = -1, y \geq 0) \vee (A^T y = 0, c^T y \leq 0, y > 0) \right)$$

(3 Punkte)

b) $(\exists x : Ax > 0, Cx \geq 0, Dx = 0)$

$$\dot{\vee} (\exists u, v, w : u, v \geq 0, u \neq 0, A^T u + C^T v + D^T w = 0)$$

(3 Punkte)

Aufgabe 2:

a) Beweisen Sie Lemma 4.1 aus der Vorlesung (Das allgemeine Farkas Lemma).

(2 Punkte)

b) Gegeben sei das lineare Programm (P) in der Form $\min\{c^T x \mid Ax \leq b\}$. Beweisen Sie: Das Duale des Dualen von (P) ist äquivalent zu (P). (3 Punkte)

Aufgabe 4:

Gegeben sei das LP $\min\{c^T x \mid Ax = b\}$. Zeigen Sie mit Hilfe des Dualen, dass das LP entweder keine Lösung besitzt, unbeschränkt ist oder alle zulässigen Lösungen optimal sind. Gilt die Aussage auch noch, falls man für das LP zusätzlich $x \geq 0$ fordert? (3 Punkte)

Abgabetermin der obigen Aufgaben ist Donnerstag, 3.11.2011, vor der Vorlesung (12:15).

Programmieraufgabe auf der Rückseite!

Programmieraufgabe 1

Implementieren Sie die Fourier-Motzkin-Elimination, um zu entscheiden, ob der zulässige Bereich eines gegebenen LPs $\max\{c^T x : Ax \leq b\}$ eine zulässige Lösung enthält. Wenn ja, geben Sie einen zulässigen Punkt $x \in P = \{x : Ax \leq b\}$ über die Standardausgabe auf dem Bildschirm aus. Wenn keine zulässige Lösung existiert, geben sie den String „empty“ gefolgt von einem Zertifikatsvektor u gemäß Korollar 3.3 aus. Das Programm soll in C/C++, mit den GNU-Compilern gcc bzw. g++ (unter Windows ist der GNU-Compiler in den freien Paketen *MinGW* oder *cygwin* enthalten) kompilierbar, erstellt werden. Als Input soll das Programm eine Textdatei annehmen (Aufruf: PROGRAMMNAME INSTANZ), die wie folgt aufgebaut ist:

In der ersten Zeile stehen m und n , in der zweiten Zeile die n Einträge von c , in der dritten Zeile die m Einträge von b . Die nächsten m Zeilen entsprechen den Zeilen der Matrix A .

Auf der Webseite zu den Übungen finden Sie Testinstanzen und eine Einleseroutine in C als Beispiel, sowie ggfs. weitere aktuelle Informationen. (16 Punkte)

Abgabe der Programmieraufgabe: Mailen Sie Ihre Lösung (kompilierbarer Quellcode mit Kommentaren) bis **Dienstag, den 15.11.2011, 12:15** an **lingo@or.uni-bonn.de**.