

## Lineare und ganzzahlige Optimierung

### Übungszettel 13

**Aufgabe 1:** Zeigen Sie, dass es für jedes  $K \in \mathbb{N}$  ein ganzzahliges Programm mit nur zwei Variablen gibt, so dass der Branch-&-Bound-Algorithmus (Algorithmus 10) mehr als  $K$  Branch-&-Bound-Knoten besucht. (5 Punkte).

**Aufgabe 2:** Es sei  $b \in \mathbb{Z}^m$ . Zeigen Sie, dass  $\{x \in \mathbb{R}^n : Ax \leq b, x \geq 0\}$  genau dann ganzzahlig ist, wenn  $\{(x, s) : Ax + s = b, x, s \geq 0\}$  ganzzahlig ist. (5 Punkte)

**Aufgabe 3:** Betrachten Sie die beiden Systeme

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Offensichtlich definieren beide Systeme dasselbe Polyeder. Zeigen Sie, dass das erste System TDI ist, das zweite aber nicht. (5 Punkte)

**Aufgabe 4:** Es sei  $A \in \{0, 1\}^{m \times n}$ . Zusätzlich seien in jeder einzelnen Spalte die Einsen zusammenhängend, d.h. für jede Spalte  $j \in \{1, \dots, n\}$  existieren  $i_1^j, i_2^j \in \{1, \dots, m\}$  mit  $i_1^j < i_2^j$ , so dass für die Matrixeinträge gilt:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{falls } i_1^j \leq i \leq i_2^j \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

für  $i \in \{1, \dots, m\}, j \in \{1, \dots, n\}$ .

Zeigen Sie, dass  $A$  vollständig unimodular ist.

(5 Punkte)

**Abgabetermin der Aufgaben ist Donnerstag, der 27.01.2010, vor der Vorlesung (12:15).**

**Hinweis zu den nächsten Mentorenveranstaltungen:**

Am **Dienstag, den 25. Januar 2011**, wird **Dr. Stefan Dorste** von der INFORM GmbH seine Tätigkeit in der Optimierung von Geschäfts- und Logistikprozessen vorstellen. Er studierte Informatik mit Nebenfach Mathematik und promovierte am Lehrstuhl *Effiziente Algorithmen und Komplexitätstheorie* bei Prof. Ingo Wegener.

**Ort: Gerhard-Konow-Hörsaal, im Arithmeum Zeit: 18 Uhr**

Am **Donnerstag, den 27. Januar 2011**, wird **Laura Geisen** eine Einführung in geometrische und nützliche Datenstrukturen geben. Im Anschluss besteht die Möglichkeit, das Gelernte an einem kleinen Praxisbeispiel mit dem eigenen Laptop zu üben. **Ort: Konferenzraum im Arithmeum Zeit: 18 Uhr**

Alle interessierten Studierenden sind herzlich eingeladen.