Wintersemester 2025/26
Prof. Dr. S. Held
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
11. Übung

1. Beweisen Sie, dass folgende Entscheidungsprobleme in *NP* sind:

   (a) Gegeben seien ein zusammenhängender ungerichteter Graph G, Kantengewichte $c : E(G) \to \mathbb{Z}_+$ und eine natürliche Zahl k. Gibt es einen aufspannenden Subgraphen H von G mit $|E(H)| \leq k$ und Gewichte $c' : E(H) \to \mathbb{R}_+$, so dass

   $$\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{dist}_{(G,c)}(s,t) \leq \operatorname{dist}_{(H,c')}(s,t) \leq \sqrt{2} \operatorname{dist}_{(G,c)}(s,t)$$

   für alle $s, t \in V(G)$ gilt?

   (b) Gegeben seien eine natürliche Zahl n und natürliche Zahlen a_i, b_i für $i = 1, \ldots, n$. Kann man n Quadrate mit Kantenlängen $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \ldots, \frac{a_n}{b_n}$ achsenparallel in das Einheitsquadrat packen? Die Quadrate dürfen sich dabei berühren, aber nicht überlappen. (4+4 Punkte)

2. Man beweise: Ist $\mathcal{P} \in NP$, so gibt es ein Polynom p, sodass für $\mathcal{P}$ ein Algorithmus mit Laufzeit $O(2^{p(n)})$ existiert, wobei n die Länge der Eingabe sei. (3 Punkte)

3. Bringen Sie die folgende Formel in konjunktive Normalform (ohne neue Variablen einzufügen):

   $$(x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4)\,.$$

   (3 Punkte)

4. (a) Zeigen Sie, dass 2SAT, also die Einschränkung des Satisfiability-Problems auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens zwei Literale hat, in polynomieller Zeit lösbar ist.

   (b) Man beschreibe einen Algorithmus mit linearer Laufzeit, der für jede Satisfiability-Instanz eine Wahrheitsbelegung bestimmt, die mindestens die Hälfte aller Klauseln erfüllt. (3+3 Punkte)

Sie finden den aktuellen Übungszettel stets auf der Übungs-Seite der Vorlesung:
`http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ws25/edm_uebung_ws25.html`

Abgabe: Donnerstag, den 22.1.2026, 16:00 Uhr über die eCampus-Seite der eigenen Übungsgruppe.

`https://ecampus.uni-bonn.de/goto_ecampus_crs_3864991.html`