

Einführung in die Diskrete Mathematik

2. Programmierübung

Implementieren Sie den PUSH-RELABEL-ALGORITHMUS zur Berechnung eines maximalen s - t -Flusses. Ihr Programm sollte (bei n Knoten und m Kanten) höchstens $O(n^2\sqrt{m})$ Laufzeit haben.

Das Programm muss in C++ geschrieben sein. Man kann man zum Einlesen und Speichern der Graphen die Klasse `Graph` (eventuell modifiziert) aus dem Buch “Algorithmische Mathematik” (Hougardy/Vygen) benutzen. Diese finden Sie (wie alle Programme aus diesem Buch) hier:

<http://www.or.uni-bonn.de/~hougardy/alma/alma2nd.html>

Außerdem dürfen Sie bei Bedarf Teile der C++-Standardbibliothek einbinden. Andere externe Bibliotheken dürfen nicht verwendet werden.

Eingabeformat: Eine gültige Datei, die einen Graphen beschreibt, hat das folgende Format:

```
Knotenanzahl
Knoten0a Knoten0b Kapazitaet0
Knoten1a Knoten1b Kapazitaet1
...
```

Die Einträge der Datei sind ausschließlich ganze Zahlen. Sie können voraussetzen, dass die Summe aller Zahlen in der Eingabe kleiner als 2^{31} ist. In der ersten Zeile steht eine einzelne natürliche Zahl, welche die Anzahl der Knoten angibt. Jede weitere Zeile spezifiziert genau eine Kante. Die ersten beiden Einträge einer Zeile sind zwei verschiedene nichtnegative ganze Zahlen, welche die Nummern der Endknoten der Kante sind. Dabei nehmen wir an, dass, wenn wir n Knoten haben, die Knoten von 0 bis $n - 1$ durchnummeriert sind. Der dritte Eintrag in der Zeile ist eine nichtnegative ganze Zahl, welche die Kapazität der Kante bezeichnet. Der Index einer jeden Kante ist durch ihre Zeilennummer in der Eingabedatei gegeben: Zeile i kodiert die Kante mit Index $i - 2$ (für $i = 2, \dots, m + 1$, wobei m die Zahl der Kanten sei). Die Kanten sind dadurch auch von 0 bis $m - 1$ durchnummeriert. Parallele Kanten und Paare gegenläufiger Kanten können in dieser Aufgabe vorkommen.

Sie können voraussetzen, dass es mindestens 2 Knoten gibt. Der Knoten s hat dabei Nummer 0 und der Knoten t Nummer 1.

Ausgabeformat: Das Programm muss in der ersten Zeile der Ausgabe den Wert eines maximalen s - t -Flusses ausgeben. Die weiteren Zeilen müssen jeweils genau einen Index einer Kante und den zugehörigen Flusswert enthalten. Es werden dabei nur die Kanten mit positivem Fluss ausgegeben, und die Zeilen sollen nach dem Kantenindex aufsteigend sortiert sein.

Beispiel: Eine Eingabedatei für einen Graphen mit fünf Knoten und sechs Kanten kann so aussehen:

```
5
0 1 2
2 1 2
2 3 2
3 1 1
3 4 2
0 2 3
```

Die Ausgabe des Programms muss dann so aussehen:

```
5
0 2
1 2
2 1
3 1
5 3
```

Testinstanzen befinden sich auf der Übungsseite der Vorlesung:
http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ws25/edm_uebung_ws25.html

Für diese Programmieraufgabe gibt es 20 Punkte.

Abgabe: Der Quelltext des Programms muss bis Donnerstag, 18.12.2025, 16:00 Uhr über eCampus hochgeladen sein.