

## Einführung in die Diskrete Mathematik

### 7. Übung

1. Sei  $G$  ein gerichteter Graph mit konservativen Kantengewichten  $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$ . Seien  $s, t \in V(G)$ , wobei  $t$  in  $G$  von  $s$  aus erreichbar sei. Man zeige: Die minimale Länge eines  $s$ - $t$ -Weges in  $G$  ist gleich dem maximalen Wert von  $\pi(t) - \pi(s)$ , wobei  $\pi$  ein zulässiges Potential von  $(G, c)$  sei. (5 Punkte)
2. Betrachten Sie die folgende Modifikation des MOORE-BELLMAN-FORD-ALGORITHMUS für gerichtete Graphen  $G$  und konservative Gewichte  $c : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$ . Statt  $(n - 1)$ -mal alle Kanten zu betrachten, wählen wir, solange es eine Kante  $e = (v, w)$  mit  $l(w) > l(v) + c(e)$  gibt, eine beliebige solche Kante aus und setze  $l(w) \leftarrow l(v) + c(e)$ .
  - (a) Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus korrekt ist und nach endlich vielen Schritten terminiert.
  - (b) Zeigen Sie, dass dies jedoch kein polynomieller Algorithmus ist. (2+3 Punkte)
3. Sei  $G$  ein azyklischer gerichteter Graph mit  $n$  Knoten. Entfernt man aus  $G$  nacheinander alle Kanten  $(v, w)$ , für die es einen  $v$ - $w$ -Weg gibt, der aus mehr als einer Kante besteht, so nennt man das Ergebnis die transitive Reduktion von  $G$ . Zeigen Sie, dass diese nicht von der Reihenfolge abhängt. Wie kann man in Zeit  $O(n^3)$  die transitive Reduktion eines azyklischen Digraphen berechnen? (5 Punkte)  
Hinweis: Modifizieren Sie den FLOYD-WARSHALL-ALGORITHMUS

Abgabe: Dienstag, den 26.11.2019, **vor** der Vorlesung.

**Hinweis der Fachschaft Mathematik:** Die Fachschaft Mathematik feiert am 28.11. ihre Matheparty in der N8schicht. Der VVK findet am Di. 26.11., Mi. 27.11. und Do 28.11. in der Mensa Poppelsdorf statt. Alle weitere Infos auch auf fsmath.uni-bonn.de.