Wintersemester 2019/20
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
4. Übung

1. Beschreiben Sie einen Algorithmus, der zu zwei gegebenen Wäldern in linearer Zeit entscheidet, ob sie isomorph sind. Zeigen Sie die Korrektheit Ihrer Lösung. (5 Punkte)
   Hinweis: Überlegen Sie sich erst, wie man das Problem lösen kann, wenn alle Bäume in den Wäldern ein Zentrum haben, das aus nur einem Knoten besteht.

2. a) Zeigen Sie, dass es Folgen von Heap-Operationen gibt, so dass in einem Fibonacci-Heap die maximale Pfadlänge in einer Arboreszenz $\Theta(n)$ ist, wenn n die Zahl der Elemente ist.
   b) Zeigen Sie, dass zwei Fibonacci-Heaps mit n_1 und n_2 Elementen in $O(\log(n_1 + n_2))$ Zeit verschmolzen werden können. Das Ergebnis soll also ein Fibonacci-Heap sein, der alle $n_1 + n_2$ Elemente enthält. (3+3 Punkte)

3. Ein Telekommunikationsnetzwerk werde durch einen ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ modelliert, dessen Kanten voneinander unabhängige Ausfallwahrscheinlichkeiten $p : E \to [0, 1]$ haben. Wie findet man in Zeit $O(m + n \log n)$ einen spannenden Baum, der die Wahrscheinlichkeit, dass alle seine Kanten funktionieren, maximiert? (4 Punkte)

4. Betrachten Sie folgendes Problem: Gegeben seien ein ungerichteter zusammenhängender Graph G mit Kantengewichten $c : E(G) \to \mathbb{R}_{>0}$, ein Knoten $v_0 \in V(G)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$ mit $k \leq |\delta_G(v_0)|$. Gesucht ist ein aufspannender Baum von T in G, so dass v_0 in T mindestens Grad k hat, der unter allen aufspannenden Bäumen in G, in denen v_0 mindestens Grad k hat, minimales Gewicht hat. Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der dieses Problem löst. (5 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 5.11.2019, **vor** der Vorlesung.