

## Einführung in die Diskrete Mathematik

### 2. Übung

1. Es sei  $G$  ein einfacher ungerichteter Graph, in dem je zwei Kreise kantendisjunkt sind. Zeigen Sie, dass  $G$  einen Knoten besitzt, der Grad höchstens zwei hat. (5 Punkte)
2. Es sei  $G$  ein einfacher gerichteter Graph, dessen zugrundeliegender ungerichteter Graph vollständig ist. Zeigen Sie, dass es dann einen Knoten in  $V(G)$  gibt, von dem aus man jeden anderen Knoten durch einen (gerichteten) Weg mit höchstens 2 Kanten erreichen kann. (5 Punkte)
3. Beim Tennisturnier aus Aufgabe 3 des 1. Zettels hat jeder Spieler mindestens 25% seiner Spiele gewonnen und mindestens 25% verloren. Beweisen Sie, dass dann der gerichtete Graph stark zusammenhängend ist, dessen Knoten die Spieler sind und der genau dann eine Kante  $(v, w)$  enthält, wenn  $v$  gegen  $w$  gewonnen hat. Zeigen Sie auch, dass die Aussage nicht mehr immer stimmt, wenn man 25% an einer Stelle durch 24% ersetzt. (5 Punkte)
4. Welche einfachen ungerichteten Graphen haben eine Orientierung  $G$ , für die Bedingung (a) bzw. (b) gilt?
  - (a)  $|\delta^+(v)| - |\delta^-(v)| \in \{-1, 0, 1\}$  für alle  $v \in V(G)$ ;
  - (b)  $|\delta^+(X)| - |\delta^-(X)| \in \{-1, 0, 1\}$  für alle  $X \subseteq V(G)$ .Die Antworten zu (a) und (b) können natürlich verschieden ausfallen. Begründen Sie sie! (5 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 22.10.2019, **vor** der Vorlesung.