Wintersemester 2017/18
Prof. Dr. J. Vygen
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
12. Übung

1. Man beweise: Ist $\mathcal{P} \in NP$, so gibt es ein Polynom p, so dass für $\mathcal{P}$ ein Algorithmus mit Laufzeit $O(2^{p(n)})$ existiert, wobei n die Länge der Eingabe sei.

2. Betrachten Sie 3-Occurrence-Sat, d.h. Satisfiability eingeschränkt auf Instanzen, in denen jede Klausel höchstens drei Literale enthält und jede Variable in höchstens drei Klauseln vorkommt. Man beweise, dass dieses Problem NP-vollständig ist.

3. Das Entscheidungsproblem Clique ist NP-vollständig. Ist es weiterhin NP-vollständig (unter der Annahme, dass $P \neq NP$), wenn es auf Instanzen beschränkt wird, in denen der Graph
   (a) bipartit ist?
   (b) 2-fach zusammenhängend ist?

4. Betrachten Sie folgendes Problem: Finde zu einem gegebenen Graph G eine möglichst kleine Menge $X \subseteq V(G)$ mit $X \cup \Gamma(X) = V(G)$. Hier ist $\Gamma(X)$ wieder die Menge der Nachbarn von X. Man zeige, dass es für dieses Problem genau dann einen polynomiellen Algorithmus gibt, wenn $P = NP$ ist.

5. Betrachten Sie das Problem, zu einem gegebenen gerichteten Graphen G mit Kantenlängen $c : E(G) \to \mathbb{Z}$ und Knoten $s, t \in V(G)$ einen kürzesten s-t-Weg zu finden, also einen s-t-Weg P, der $c(E(P)) = \sum_{e \in E(P)} c(e)$ minimiert. Zeigen Sie, dass dieses Problem NP-schwer ist.

Dieser Zettel wird nicht mehr bewertet.