

Einführung in die Diskrete Mathematik

2. Übung

1. Beim Tennisturnier vom ersten Übungsblatt hat jeder Spieler mindestens 25% seiner Spiele gewonnen und mindestens 25% verloren. Beweisen Sie, dass dann der gerichtete Graph stark zusammenhängend ist, dessen Knoten die Spieler sind und der genau dann eine Kante (v, w) enthält, wenn v gegen w gewonnen hat. Zeigen Sie auch, dass die Aussage nicht mehr immer stimmt, wenn man 25% an einer Stelle durch 24% ersetzt. (2+2 Punkte)
2. Kann man in linearer Zeit in einem gegebenen gerichteten Graphen G die Menge aller Knoten berechnen, die Wurzel einer aufspannenden Arboreszenz in G sind? (4 Punkte)
3. Zeigen Sie, dass jeder 2-knotenzusammenhängende ungerichtete Graph G mit $n \geq 4$ Knoten einen 2-knotenzusammenhängenden aufspannenden Subgraphen besitzt, der höchstens $2n - 4$ Kanten hat. Ist diese Schranke scharf (für alle n)? (3+1 Punkte)
4. Sei n eine natürliche Zahl. Zeigen Sie, dass es genau $(n+1)^{n-1}$ Branchings auf der Knotenmenge $\{1, \dots, n\}$ gibt. (3 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 24.10.2017, vor der Vorlesung.