Wintersemester 2016/17
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Lineare und Ganzzahlige Optimierung
11. Übung

1. (a) Beweisen Sie Lemma 66 aus dem Vorlesungsskript, d.h. zeigen Sie, dass, wenn $y^{(k+1)}$ und $s^{(k+1)}$ berechnet werden wie in der Vorlesung beschrieben, $y^{(k+1)} > 0$ und $s^{(k+1)} > 0$ gelten.

   (b) Zeigen Sie, dass die Iterationen der Innere-Punkte-Methode, in denen $\mu^{(k)}$ nach und nach verringert werden, so implementiert werden können, dass alle auftretenden Zahlen mit polynomiell vielen Bits dargestellt werden können. (4+3 Punkte)

2. Betrachten Sie das folgende primal-duale Paar von linearen Programmen: $\max\{c^t x \mid Ax + s = b\}$ und $\min\{b^t y \mid A^t y = c, y \geq 0\}$ mit $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Wir nehmen an, dass beide LPs zulässig sind. Nach dem starken komplementären Schlupf gibt es eine Aufteilung $\{1, \dots, m\} = B \dot\cup N$, so dass es für $i \in B$ eine optimale Duallösung y^* mit $y^*_i > 0$ und für $i \in N$ eine optimale Primallösung x^*, s^* mit $s^*_i > 0$ gibt. Formulieren Sie ein lineares Programm, an dessen Optimallösung man direkt die Mengen B und N ablesen kann. (3 Punkte)

3. Betrachten Sie das folgende primal-duale Paar von linearen Programmen: $\max\{c^t x \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$ und $\min\{b^t y \mid A^t y \geq c, y \geq 0\}$. Nehmen Sie an, dass $\{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$ ein nichtleeres Polytop ist. Zeigen Sie, dass es eine dual zulässige Lösung y mit $y > 0$ und $A^t y > c$ gibt. (5 Punkte)

4. Ein Lieferdienst least Fahrzeuge für je 3, 4 oder 5 Monate. Pro Fahrzeug betragen die Kosten für einen 3-Monats-Leasingvertrag 1700 EUR, für einen 4-Monats-Vertrag 2200 EUR und für einen 5-Monats-Vertrag 2500 EUR. Über einen gewissen Zeitrum (z.B. ein Jahr) weiß der Lieferdienst vorab für jeden Monat, wie viele Fahrzeuge in diesem Monat benötigt werden. Formulieren Sie das Problem, auf möglichst billig Art ausreichend viele Fahrzeuge für diesen Zeitraum zu leasen, als ein lineares Programm. Zeigen Sie insbesondere, dass das LP stets eine Optimallösung hat, die ganzzahlig ist. (5 Punkte)

Abgabe: Dienstag, 17. Januar, 2017, vor der Vorlesung.