Wintersemester 2016/17
Prof. Dr. S. Held
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
10. Übung

1. Ein Graph heißt *k-regulär*, wenn jeder Knoten Grad k hat. Man beweise, dass ein k-regulärer bipartiter Graph k paarweise disjunkte perfekte Matchings besitzt. Man folgere daraus, dass die Kantenmenge eines bipartiten Graphen mit maximalem Grad k in k Matchings partitioniert werden kann. (5 Punkte)

2. Es sei G ein bipartiter Graph und $w : E(G) \to \mathbb{Z}_+$. Zeigen Sie, dass dann der minimale Wert $\sum_{v \in V(G)} y(v)$ unter allen Abbildungen $y : V(G) \to \mathbb{Z}_+$ mit $y_u + y_v \geq w(\{u, v\})$ für alle Kanten $\{u, v\} \in E(G)$ gleich dem maximalen Gewicht eines Matchings in G ist. (5 Punkte)

3. Es seien M und M' stabile Matchings für dieselbe Instanz. Zeigen Sie, dass dann die Zahl der Leute, die M gegenüber M' bevorzugen, genauso groß ist wie die Zahl der Leute, die M' gegenüber M bevorzugen, (5 Punkte)

4. In Abbildung 1 sehen Sie einen stark vereinfachten Plan der Skipisten in Zermatt. Die Pisten selbst sind in rot dargestellt, Skilifte und andere Transportmöglichkeiten in schwarz. Was ist die kürzeste Zeit, in der man, wenn man in Zermatt beginnt und endet, alle Skipisten abfahren kann? Zeigen Sie (auf möglichst einfache Weise), dass Ihre Lösung tatsächlich optimal ist. (5 Punkte)

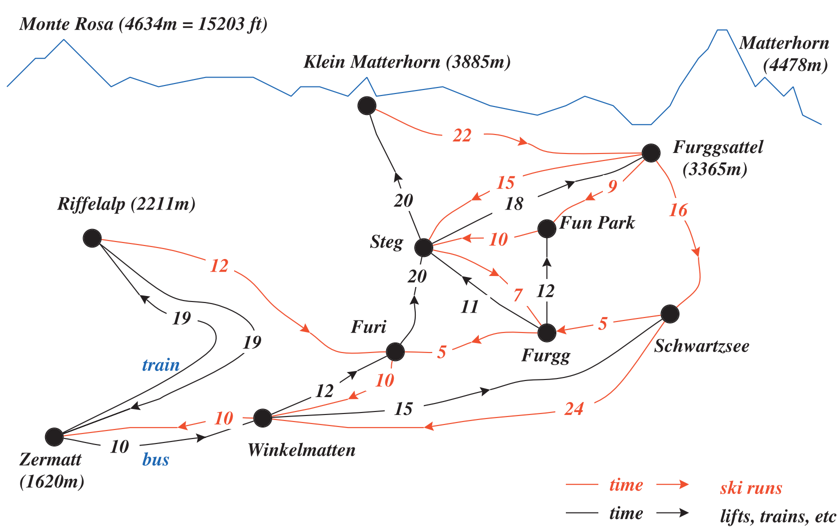

Abbildung 1: Skipisten in Zermatt.

Abgabe: Donnerstag, den 12.1.2017, vor der Vorlesung.