Einführung in die Diskrete Mathematik
2. Übung

1. Geben Sie ein Verfahren mit polynomieller Laufzeit an, um für einen gegebenen azyklischen gerichteten Graphen zu entscheiden, ob es in ihm einen gerichteten Weg gibt, der alle Knoten des Graphen enthält. (3 Punkte)

2. Betrachten Sie folgenden Algorithmus:

   EULERTOUR

   Eingabe: Ein ungerichteter zusammenhängender Eulerscher Graph $G = (V, E)$

   Ausgabe: Ein Eulerscher Kantenzug in G.

   ① Setze alle Kanten auf UNMARKIERT.
   Wähle $v_0 \in V$ beliebig, und setze $S = v_0$.
   RETURN S = EULER(v_0, E, S).

   ```
   EULER (v, E, S)
   WHILE(Es gibt unmarkierte Kante {v, w} ∈ E)
   {
       Markiere {v, w}.
       S := EULER(w, E, S).
       S := v, {v, w}, S.
   }
   RETURN S.
   ```

   Zeigen Sie, dass der Algorithmus korrekt arbeitet und Laufzeit $O(n + m)$ hat. (4 Punkte)

3. Sei G ein zusammenhängender ungerichteter einfacher Graph mit $|V(G)| \geq 3$. Zeigen Sie, dass G genau dann Eulersch ist, wenn jede Kante von G auf einer ungeraden Anzahl von Kreisen liegt. (5 Punkte)

4. Sei G ein ungerichteter Graph. Eine *Orientierung* von G ist ein gerichteter Graph, der aus G entsteht, indem jede ungerichtete Kante $\{v, w\} \in E(G)$ durch eine der beiden gerichteten Kanten (v, w) und (w, v) ersetzt wird.
   Sei G nun außerdem zusammenhängend. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) G hat immer eine Orientierung, die azyklisch ist.

   (b) G hat genau dann eine stark zusammenhängende Orientierung, wenn G keine Brücke enthält.

   (c) Wenn G eine stark zusammenhängende Orientierung hat, dann ist G Eulersch.

   (d) Wenn G Eulersch ist, dann hat G eine stark zusammenhängende Orientierung. (2+2+2+2 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 3.11.2016, vor der Vorlesung.