

## Algorithmische Mathematik I

### 8. Übung

1. Sei  $G$  ein stark zusammenhängender gerichteter Graph mit  $n$  Knoten. Zeigen Sie, dass  $G$  dann einen stark zusammenhängenden aufspannenden Teilgraphen  $G'$  mit  $|E(G')| \leq 2n - 2$  enthält. (5 Punkte)
2. Sei  $G$  ein zusammenhängender ungerichteter Graph,  $r \in V(G)$ , und  $T$  ein durch Tiefensuche ausgehend von  $r$  gefundener aufspannender Baum. Für  $u, v \in V(G)$  bezeichne  $P_{uv}$  den  $u$ - $v$ -Weg in  $T$ . Zeigen Sie: Für alle Kanten  $\{x, y\} \in E(G)$  gilt  $x \in V(P_{ry})$  oder  $y \in V(P_{rx})$ . (5 Punkte)
3. Bei `vector` kann man mit `push_back` bzw. `pop_back` ein Element am Ende hinzufügen bzw. das letzte Element entfernen. Wenn der für den `vector` reservierte Speicherplatz für eine `push_back`-Operation nicht mehr ausreicht, wird (woanders im freien Speicher) Speicherplatz für doppelt so viele Elemente reserviert, und die vorhandenen Daten werden hierhin umkopiert, bevor dann `push_back` ausgeführt wird. Die Ausführung von `pop_back` ändert nichts am reservierten Speicherplatz.  
Zeigen Sie, dass eine Folge von  $n$  `push_back`- und `pop_back`- Operationen (in beliebiger Reihenfolge) auf einem anfänglich  $t$  Elemente enthaltenden `vector` insgesamt in  $O(t+n)$  Zeit ausgeführt werden kann. (6 Punkte)
4. Sei  $G$  ein ungerichteter zusammenhängender einfacher Graph mit  $n$  Knoten. Es sei  $r \in V(G)$ . Wie viele Kanten kann  $G$  höchstens haben, wenn eine
  - (a) Tiefensuche
  - (b) Breitensuchevon  $r$  aus in  $G$  einen Weg ausgibt? (4 Punkte)

**Öffnungszeiten des Help Desks:** Dienstags, 13 – 16 Uhr und donnerstags, 10 – 13 Uhr, jeweils in Raum N1.002, Endenicher Allee 60, Nebengebäude.

**Abgabe:** Montag, den 12.12.2016, vor der Vorlesung.