Einführung in die Diskrete Mathematik
3. Übung

1. Sei G ein gerichteter Graph, der für alle $v, w \in V(G)$ genau einen v-w-Weg enthält. Zeigen Sie, dass G eulersch ist. (3 Punkte)

2. Betrachten Sie folgenden Algorithmus:

EULERTOUR	
Eingabe:	Ein ungerichteter zusammenhängender eulerscher Graph $G = (V, E)$
Ausgabe:	Ein eulerscher Kantenzug in G.

① Setze alle Kanten auf UNMARKIERT.

② Wähle $v_0 \in V$ beliebig, und setze $S = v_0$.

③ RETURN S = EULER(v_0, E, S).

EULER (v, E, S)
WHILE(Es gibt unmarkierte Kante $\{v, w\} \in E$)
{
    Markiere $\{v, w\}$.
    $S :=$ EULER(w, E, S).
    $S := v, \{v, w\}, S$.
}
RETURN S.

Zeigen Sie, dass der Algorithmus korrekt arbeitet und Laufzeit $O(n + m)$ hat. (4 Punkte)

3. Für einen ungerichteten Graphen G sei $Z(G) \subseteq V(G)$ sein Zentrum.

   (a) Für welche ungerichteten Graphen H gibt es einen ungerichteten Graphen G, so dass H zu $G[Z(G)]$ isomorph ist?

   (b) Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Für jedes $k \in \mathbb{N}$ gibt es einen ungerichteten Graphen G mit $Z(G) = V(G)$, so dass G sowohl eine Clique als auch eine stabile Menge der Größe mindestens k enthält. (3+3 Punkte)

4. Beschreiben Sie einen Algorithmus, der zu zwei gegebenen Wäldern in linearer Zeit entscheidet, ob sie isomorph sind. Zeigen Sie die Korrektheit Ihrer Lösung. (6 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 19.11.2015, **vor** der Vorlesung.