Wintersemester 2015/16
Prof. Dr. S. Hougardy
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Einführung in die Diskrete Mathematik
1. Übung

1. Sei G ein einfacher ungerichteter Graph mit $|E(G)| \geq |V(G)| + 4$. Zeigen Sie, dass G zwei kantendisjunkte Kreise enthalten muss. Gilt das auch, wenn $|E(G)| = |V(G)|+3$ gilt? (5 Punkte)

2. Zeigen Sie: Für einen Vektor $(d_1, \dots, d_n)$ mit positiven ganzen Zahlen als Einträgen gibt es genau dann einen Baum T mit Knotenmenge $\{v_1, \dots, v_n\}$, so dass für jedes $i \in \{1, \dots, n\}$ der Knoten v_i in T Grad d_i hat, wenn $\sum_{i=1}^{n} d_i = 2n - 2$ gilt. (4 Punkte)

3. Es sei G ein gerichteter Graph, dessen zugrundeliegender ungerichteter Graph vollständig ist (d.h. für je zwei verschiedene Knoten $v, w \in V(G)$ existiert entweder die Kante (v, w) oder die Kante (w, v)). Zeigen Sie, dass es dann einen Knoten in $V(G)$ gibt, von dem aus man jeden anderen Knoten durch einen (gerichteten) Weg mit höchstens 2 Kanten erreichen kann. (6 Punkte)

4. Sei G ein gerichteter Graph. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

   (a) G ist ein Branching.

   (b) G ist azyklisch (d.h. enthält keinen Kreis), und es gilt $|\delta^-(v)| \leq 1$ für alle $v \in V(G)$.

   (c) G ist Teilgraph einer Arboreszenz.

   (d) Die Zusammenhangskomponenten von G sind Arboreszenzen. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 5.11.2015, **vor** der Vorlesung.