Wintersemester 2012/13
Professor Dr. J. Vygen
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Algorithmische Mathematik I
3. Übung

1. Seien n_1 und n_2 zwei natürliche Zahlen mit identischer Ziffernfolge $z_{l-1}z_{l-2}\dots z_0$ bezüglich unterschiedlicher Basen b_1 und b_2. Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort!
   (a) Falls $b_1 > b_2$, so ist $n_1 > n_2$.
   (b) Falls $n_1 > n_2$, so ist $b_1 > b_2$.
   (c) Falls b_1 Teiler von b_2 ist, so ist n_1 Teiler von n_2.
   (d) Falls n_1 Teiler von n_2 ist, so ist b_1 Teiler von b_2. (1+1+1+1 Punkte)

2. Es sei $(a_{l-1}a_{l-2}\dots a_0)_{-10} := \sum_{i=0}^{l-1} a_i(-10)^i$, wobei $a_i \in \{0,\dots,9\}$ sei für $i \in \{0,\dots,l-1\}$. $a_{l-1}\dots a_0$ heißt dann Darstellung von $\sum_{i=0}^{l-1} a_i(-10)^i$ zur Basis -10.
   (a) Schreiben Sie $(19375573910)_{-10}$ als Dezimalzahl.
   (b) Geben Sie eine Darstellung von $(9230753)_{10}$ zur Basis -10 an.
   (c) Zeigen Sie, dass es für jede ganze Zahl x eine Darstellung zur Basis -10 gibt (d.h. Zahlen $a_i \in \{0,\dots,9\}$ $(i = 0,\dots,l-1)$ mit $x = (a_{l-1}\dots a_0)_{-10}$).
   (d) Ist die Darstellung aus Aufgabenteil (c) immer eindeutig? (1+1+2+3 Punkte)

3. In dieser Aufgabe betrachten wir Komplementdarstellungen zur Basis 2.
   (a) Schreiben Sie die Zahl -25 in Komplementdarstellung mit 8 Bits und mit 16 Bits.
   (b) Sei z die Komplementdarstellung einer negativen Zahl mit l Bits. Welche Zahl entsteht, wenn man in z jede 0 durch eine 1 und jede 1 durch eine 0 ersetzt?
   (c) Für welche negativen Zahlen x ist die Komplementdarstellung mit l Bits bis auf die Vorzeichenstelle identisch mit der Komplementdarstellung von $-x$?
   (d) Sei z die Komplementdarstellung einer negativen Zahl mit l Bits. Wie sieht die Darstellung derselben Zahl aus, wenn $2l$ Stellen für die Komplementdarstellung zur Verfügung stehen? *Bemerkung:* Eine solche Umwandlung wird zum Beispiel durchgeführt, wenn eine Variable vom Typ `short int` in eine Variable vom Typ `long int` umgewandelt wird. (1+1+1+1 Punkte)

4. Sei A eine endliche Menge mit $|A| \geq 2$, und sei $l \in \mathbb{N}$. Wie groß kann eine Menge X von Wörtern der Länge l über dem Alphabet A maximal sein, wenn sich je zwei Elemente von X an mindestens zwei Stellen unterscheiden? Geben Sie (in Abhängigkeit von $|A|$ und l) eine obere Schranke für $|X|$ an, und zeigen Sie, dass diese Schranke scharf ist. (5 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 30.10.2012, **vor** der Vorlesung.

Öffnungszeiten des Help Desks: montags, 12 – 14 Uhr, donnerstags, 18 – 20 Uhr und freitags, 12 – 14 Uhr, jeweils in Raum N1.002.