

Algorithmische Mathematik I

1. Übung

- Es seien m und n zwei natürliche Zahlen. Außerdem seien $A := \{1, \dots, m\}$ und $B := \{1, \dots, n\}$. Bestimmen Sie in Abhängigkeit von m und n die Zahl der ...
 - Abbildungen von A nach B .
 - injektiven Abbildungen von A nach B .
 - bijektiven Abbildungen von A nach B .
 - Relationen auf (A, B) . (1+1+1+1 Punkte)
- Überprüfen Sie anhand von sinnvollen Beispielen, wie Ihr C++-Compiler Ausdrücke der Form $a\%b$ und a/b auswertet, wenn a und b Variablen vom Typ `int` sind, von denen mindestens eine nicht positiv ist. Geben Sie drei aufschlussreiche Beispiele an. Finden Sie anschließend mathematische Formeln für den Wert von $a\%b$ und a/b , die dem Verhalten Ihres Compilers entsprechen. (5 Punkte)
- Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:
 - Für alle Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ gilt: $f = O(g) \Leftrightarrow g = \Omega(f)$.
 - Für alle Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ gilt: $f = O(g)$ oder $f = \Omega(g)$.
 - $\log_2(n!) = \Theta(n \log_2 n)$. (1+1+3 Punkte)
- Geben Sie einen Algorithmus in Pseudocode an, der zu gegebenen natürlichen Zahlen a und b die Zahl a^b berechnet, und der nur $O(\log_2 b)$ elementare Rechenoperationen ($+$, $-$, $*$, $/$, $\%$) durchführt. Beweisen Sie, dass Ihr Algorithmus tatsächlich diese Eigenschaften hat. (6 Punkte)

Abgabe: Dienstag, den 16.10.2012, **vor** der Vorlesung.

Öffnungszeiten des Help Desks: montags, 12 – 14 Uhr, donnerstags, 18 – 20 Uhr und freitags, 12 – 14 Uhr, jeweils in Raum N1.002.