Einführung in die Diskrete Mathematik
8. Übung

1. Eine Fluglinie will p Flüge auf unterschiedlichen Strecken mit möglichst wenigen Flugzeugen durchführen. Alle verwendeten Flugzeuge sollen dabei vom selben vorgegebenen Typ sein. Für jeden Flug sei der Abflugzeitpunkt a_i festgelegt und seine Flugdauer t_i bekannt($i = 1, \dots, p$). Ein Flugzeug benötigt r_{ij} Stunden, um vom Zielpunkt von Flug i den Startpunkt von Flug j zu erreichen und dort einsatzbereit zu sein ($i, j = 1, \dots, p$). Wie kann man effizient eine optimale Lösung für dieses Problem finden? (4 Punkte)

2. Im Tagebau sollen Rohstoffe gefördert werden. Jeder Kubikmeter Gestein wird durch einen Knoten in einem gerichteten Graphen G modelliert. Eine Kante $(v, w) \in E(G)$ bedeutet, dass v nicht abgebaut werden kann, ohne dass auch w abgebaut wird (zum Beispiel weil w oberhalb von v liegt). Der Abbau von einem Kubikmeter Gestein $v \in V(G)$ bringt einen (möglicherweise negativen) Profit $p(v)$. Wie bestimmt man effizient eine abzubauende Menge $X \subseteq V(G)$, die den maximalen Profit $p(X)$ bringt? (4 Punkte)

3. Aufgrund eines erst jetzt entdeckten Fehlers im Buchungssystem hat ein großes Hotel für 2011 viele Buchungen angenommen, ohne die Verfügbarkeit freier Zimmer zu prüfen. Jede Buchung betrifft einen bestimmten Zeitraum; es wird aber immer nur ein Zimmer benötigt. Alle Zimmer sind gleichwertig, dennoch wurden die Buchungen zu unterschiedlichen Preisen vorgenommen. Das Hotel möchte nun einigen Kunden absagen, so dass die freien Zimmer ausreichen, und möglichst wenige Einnahmen verlorengehen. Wie würden Sie dieses Problem lösen? Kann man erreichen, dass kein Gast während seines Aufenthalts umziehen muss? (4 Punkte)

4. Der Nikolaus soll in einer Stadt Geschenke austragen, die nur aus Einbahnstraßen besteht. Die Stadt kann als stark zusammenhängender gerichteter Graph mit positiven Kantengewichten beschrieben werden, wobei die Kanten den Straßen und die Gewichte ihren Längen entsprechen. Der Nikolaus muss jede Straße mindestens einmal durchlaufen und zum Ausgangspunkt zurückkehren. Verständlicherweise möchte er die Gesamtlänge seiner Tour minimieren. Können Sie ihm helfen? (4 Punkte)
   Hinweis: Erinnern Sie sich an Eulersche Spaziergänge.

Abgabe: Dienstag, den 7.12.2010, **vor** der Vorlesung.

Hinweis auf die nächste Mentoren-Veranstaltung:
Die Mentorengruppe des Forschungsinstituts für Diskrete Mathematik trifft sich am Donnerstag, den 2. Dezember um 18 Uhr im Konferenzraum des Arithmeums. Philipp Ochsendorf stellt seine Bachelorarbeit „Effiziente Implementierung eines Multisection-Algorithmus“ vor. Alle interessierten Studenten sind herzlich eingeladen.