

Einführung in die Diskrete Mathematik

1. Übung

1. Sei G ein einfacher gerichteter oder ungerichteter Graph und $F \subseteq E(G)$ die Kantenmenge eines geschlossenen Spaziergangs in G .
 - (a) Zeigen Sie, dass es dann eine Menge von Kreisen mit paarweise disjunkten Kantenmengen gibt, so dass die Vereinigung ihrer Kantenmengen gleich F ist.
 - (b) Ist diese Menge – oder wenigstens ihre Mächtigkeit – stets eindeutig bestimmt?
 - (c) Wie kann man die Aussage in (a) anpassen auf den Fall, dass F die Kantenmenge eines nicht geschlossenen Spaziergangs ist? (4 Punkte)
2. Für natürliche Zahlen n und m seien $K_n := (\{1, \dots, n\}, \{\{i, j\} : 1 \leq i < j \leq n\})$ (der *vollständige Graph* auf n Knoten) und $K_{n,m} := (\{1, \dots, n+m\}, \{\{i, j\} : 1 \leq i \leq n < j \leq n+m\})$. Für welche natürlichen Zahlen n und m enthält K_n bzw. $K_{n,m}$
 - (a) einen Eulerschen Spaziergang?
 - (b) einen Hamiltonkreis? (4 Punkte)
3. (a) Beweisen Sie: Ein zusammenhängender ungerichteter Graph enthält genau dann einen Spaziergang, in dem sämtliche Kanten vorkommen, wenn weniger als vier Knoten ungeraden Grad haben.
 - (b) Formulieren Sie eine ähnlich einfach überprüfbare notwendige und hinreichende Bedingung für zusammenhängende gerichtete Graphen, und beweisen Sie die entsprechende Aussage. (4 Punkte)
4. An einem Tennisturnier nehmen genau n Spieler teil. Jeder spielt genau einmal gegen jeden anderen. Es gibt keine Unentschieden. Am Ende soll eine Rangliste der Spieler aufgestellt werden, d.h. eine Nummerierung mit s_1, \dots, s_n , und zwar so, dass s_i gegen s_{i+1} gewonnen hat für alle $i = 1, \dots, n-1$.
 - (a) Man zeige, dass dies immer möglich ist.
 - (b) Man finde einen Algorithmus, der die Ergebnisliste als Eingabe bekommt und eine solche Rangliste in $O(n^k)$ Rechenschritten bestimmt, wobei k eine Konstante sei. Wie klein kann k gewählt werden? (4 Punkte)

Hinweise zum Übungsbetrieb:

- Die Übungen sind zweistündig.
- Der Übungsbetrieb beginnt am Montag, 18.10.2010.
- Wöchentlich werden Übungszettel verteilt, die innerhalb von einer Woche zu bearbeiten sind.

Übungsseite: http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ws10/edm_uebung_ws10.html

Mögliche Übungstermine:

- Mo 10 - 12
- Mo 12 - 14
- Mo 16 - 18
- Di 10 - 12
- Di 12 - 14
- Di 14 - 16
- Mi 10 - 12
- Mi 12 - 14
- Mi 14 - 16
- Mi 16 - 18
- Do 10 - 12
- Do 12 - 14
- Do 14 - 16
- Fr 10 - 12
- Fr 12 - 14
- Fr 14 - 16
- Fr 16 - 18

An fünf oder sechs dieser Termine werden wir Übungsgruppen anbieten.

Verteilung auf die Übungsgruppen:

- Anmeldung zu den Übungen **ab Dienstag, 12.10.2010, 18 Uhr** per E-Mail an **brenner@or.uni-bonn.de**
- Alle Terminwünsche, die **bis Mittwoch, 13.10.2010, 12 Uhr** eingehen, werden gleichrangig behandelt. Anmeldungen, die später eingehen, werden nachrangig berücksichtigt.
- Bis zu zwei Studentinnen und Studenten mit denselben Terminwünschen können sich gemeinsam anmelden.
- Am **Mittwoch, den 13.10.2010**, erhalten alle angemeldeten Hörerinnen und Hörer bis 23 Uhr eine E-Mail, in der ihnen ihr Übungstermin mitgeteilt wird.
- Zu den Formalien der Anmeldung: siehe Homepage