Sommersemester 2018
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
6. Übung

1. Betrachten Sie folgendes Problem: Gegeben sei ein ungerichteter Graph G mit Kantengewichten $c : E(G) \to \mathbb{N}$ und Knotenlabeln $k : V(G) \to \mathbb{N}$. Gesucht ist ein Teilgraph H von G mit maximalem Kantengewicht, sodass für H eine Orientierung existiert (d.h. für Kanten $\{v, w\}$ wird entweder die Kante (v, w) oder die Kante (w, v) ausgewählt), in der jeder Knoten $v \in V(H)$ höchstens Eingangsgrad $k(v)$ hat. Zeigen Sie, dass es für dieses Problem einen polynomiellen Algorithmus gibt. (3 Punkte)

2. Sei G ein ungerichteter einfacher Graph. Zeigen Sie, dass es eine Partition $E(G) = E_1 \dot{\cup} E_2$ der Kantenmenge von G gibt, so dass für jeden Knoten $v \in V(G)$ gilt:

$$\Big|\quad |\delta_G(v) \cap E_1| - |\delta_G(v) \cap E_2| \quad\Big| \leq 2.$$

(4 Punkte)

3. Zeigen Sie, dass die Kantenmenge eines einfachen zusammenhängenden Graphen mit gerade Kantenzahl in Wege der Länge zwei partitioniert werden kann. (3 Punkte)

4. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

   (a) Ein ungerichteter Graph ist genau dann 2-fach kantenzusammenhängend, wenn er mindestens zwei Knoten und eine Ohrenzerlegung hat.

   (b) Ein gerichteter Graph ist genau dann stark zusammenhängend, wenn er eine Ohrenzerlegung hat.

   (c) Die Kanten eines ungerichteten Graphen G mit mindestens zwei Knoten können genau dann so orientiert werden, dass der resultierende gerichtete Graph stark zusammenhängend ist, wenn G 2-fach kantenzusammenhängend ist. (2+2+2 Punkte)

Homepage der Übung:
`http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss18/kgm_uebung_ss18.html`

Abgabe: Dienstag, den 29.5.2018, vor der Vorlesung.