Sommersemester 2018
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
3. Übung

1. Seien C_1 und C_2 zwei Kreise eines Matroids $(C_1 \cup C_2, \mathcal{F})$ mit $C_1 \setminus C_2 = \{e\}$. Zeigen Sie, dass wenn C_3 ein Kreis des Matroids ist, $C_3 = C_1$ oder $(C_2 \setminus C_1) \subseteq C_3$ gilt. (4 Punkte)

2. Es sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid, und es sei $\mathcal{C}$ die Menge der Kreise von $(E, \mathcal{F})$. Außerdem sei $x \in E$. Betrachten Sie die folgenden Mengen $\mathcal{C}_i$. Geben Sie jeweils entweder einen Beweis dafür an, dass unter diesen Voraussetzungen C_i die Menge der Kreise eines Matroids ist, oder zeigen Sie durch ein Beispiel, dass dies nicht notwendigerweise der Fall ist.

   (a) $\mathcal{C}_1 = \{C \in 2^E \mid C \in \mathcal{C} \text{ und } x \notin C\}$

   (b) $\mathcal{C}_2 = \{C \in 2^E \mid (C \cup \{x\}) \in \mathcal{C}\}$

   (c) $\mathcal{C}_3 = \{C \in 2^E \mid x \in C \text{ und } (C \setminus \{x\}) \in \mathcal{C}\}$ (2+2+2 Punkte)

3. Es sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid, und es seien A und B zwei Teilmengen von E, die jeweils eine Basis enthalten und für die $|A| > |B|$ gilt. Muss es dann auch notwendigerweise ein $x \in A \setminus B$ geben, so dass $A \setminus \{x\}$ eine Basis enthält? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

4. (a) Zeigen Sie, dass Unabhängigkeitsorakel und Basis-Obermengen-Orakel für Matroide polynomiell äquivalent sind.

   (b) Es sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid. Zeigen Sie, dass der BEST-IN-GREEDY jede Bottleneck-Funktion $c(F) = \min\{c(e) \mid e \in F\}$ über den Basen maximiert. (2+2 Punkte)

Homepage der Übung:
`http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss18/kgm_uebung_ss18.html`

Abgabe: Donnerstag, den 3.5.2018, vor der Vorlesung.