Sommersemester 2018
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
1. Übung

1. Es sei $\mathcal{S}$ eine endliche Familie von endlichen (nicht notwendigerweise paarweise verschiedenen) Mengen. Eine Menge T ist eine *Transversale* von $\mathcal{S}$, falls eine Bijektion $\Phi : T \to \mathcal{S}$ existiert mit $t \in \Phi(t)$ für alle $t \in T$. Nehmen Sie an, dass $\mathcal{S}$ mindestens eine Transversale besitzt, und zeigen Sie, dass die Menge aller Transversalen von $\mathcal{S}$ die Menge der Basen eines Matroiden ist (des sogenannten *transversalen Matroids*). (4 Punkte)

2. Sei G ein Graph, und sei $\mathcal{F}$ die Familie aller Mengen $X \subseteq V(G)$, für die ein kardinalitätsmaximales Matching existiert, das keinen Knoten in X überdeckt. Zeigen Sie, dass $(V(G), \mathcal{F})$ ein Matroid ist. (4 Punkte)

3. Es seien $(E, \mathcal{F}_1)$ und $(E, \mathcal{F}_2)$ zwei Matroide und $k \in \mathbb{N}$. Welche der folgenden Mengensysteme sind dann auch notwendigerweise Matroide? Begründen Sie Ihre Antworten.
   (a) $(E, \mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2)$
   (b) $(E, \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2)$
   (c) $(E, \mathcal{F}_1 \cap \{X \subseteq E \mid |X| \leq k\})$ (2+2+2 Punkte)

4. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit Rangfunktion r. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:
   $(E, \mathcal{F})$ ist genau dann uniform, wenn es keine Kreise mit weniger als $r(E) + 1$ Elementen enthält. (2 Punkte)

Homepage der Übung:
`http://www.or.uni-bonn.de/lectures/ss18/kgm_uebung_ss18.html`
Auf der Homepage finden Sie auch alle Details zur Anmeldung zu den Übungsgruppen.

Abgabe: Dienstag, den 17.4.2018, vor der Vorlesung.