Sommersemester 2016
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
12. Übung

1. Zeigen Sie, dass Unabhängigkeitsorakel und Basis-Obermengen-Orakel für Matroide polynomiell äquivalent sind. (4 Punkte)

2. Es sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid. Zeigen Sie, dass der BEST-IN-GREEDY jede Bottleneck-Funktion $c(F) = \min\{c(e) \mid e \in F\}$ über den Basen maximiert. (3 Punkte)

3. Es sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid und $c : E \to \mathbb{R}$ eine Abbildung mit $c(e) \neq c(e')$ und $c(e) \neq 0$ für alle $e, e' \in E$ mit $e \neq e'$. Zeigen Sie, dass dann sowohl das Maximierungsproblem als auch das Minimierungsproblem für $(E, \mathcal{F})$ eine eindeutige Lösung haben. Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass das im allgemeinen nicht der Fall ist, wenn $(E, \mathcal{F})$ nur ein Unabhängigkeitssystem ist. (4 Punkte)

4. Es sei k eine positive ganze Zahl. Für einen Graphen G sei
$$\mathcal{F}_G = \{F \subseteq E(G) \mid \Delta((V(G), F)) \leq k\}.$$
   (a) Zeigen Sie, dass $(E(G), \mathcal{F}_G)$ immer ein Unabhängigkeitssystem ist, aber im allgemeinen kein Matroid.
   (b) Betrachten Sie das Problem, zu einem gegebenen Graphen G mit Kantengewichten $c : E(G) \to \mathbb{R}_+$ eine Menge $F \in \mathcal{F}_G$ zu finden, die $\sum_{e \in F} c(e)$ maximiert. Zeigen Sie, dass der BEST-IN-GREEDY für dieses Optimierungsproblem eine Lösung findet, die höchstens um den Faktor 2 schlechter ist als eine optimale Lösung. (2+3 Punkte)

Bemerkung: Die Ergebnisse dieses Zettels gehen nicht mehr in die Entscheidung über die Klausurzulassung ein. Lösungen zu diesem Zettel können ab dem 15. Juli auf der Übungshomepage heruntergeladen werden.

Abgabe: Donnerstag, den 14.7.2016, vor der Vorlesung.