Sommersemester 2016
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
8. Übung

1. Geben Sie zwei Graphen G und G' an, so dass G' ein abstrakter Dualgraph von G ist, es aber keine planare Einbettung von G gibt, so dass G' in bezug auf diese Einbettung ein planarer Dualgraph von G ist. Zu einer korrekten Lösung gehört natürlich auch der Nachweis, dass die beiden Graphen die geforderten Eigenschaften haben. In dieser Aufgabe sind parallele Kanten und Schleifen in Graphen erlaubt. (4 Punkte)

2. Betrachten Sie den Greedy-Knotenfärbungsalgorithmus, in dem die Knoten in irgendeiner Reihenfolge durchlaufen werden und jeder Knoten die kleinste noch nicht an seinen schon gefärbten Nachbarn benutzte Farbe bekommt. Zeigen Sie, dass es für jedes $n \geq 2$ einen Graphen G mit $|V(G)| = 2n$ und $\chi(G) = 2$ gibt, so dass, wenn die Knoten in einer geeigneten Reihenfolge durchlaufen werden, der Greedy-Algorithmus n Farben benötigt. (2 Punkte)

3. Sei G ein ungerichter, nicht vollständiger Graph. Zeigen Sie, dass es dann eine Partition $V(G) = V_1 \dot\cup V_2$ gibt, so dass $\chi(G[V_1]) + \chi(G[V_2]) > \chi(G)$ gilt. (4 Punkte)

4. Sei G ein Graph. Zeigen Sie, dass G einen Teilgraphen H enthalten muss, so dass für jeden Knoten $v \in V(H)$ gilt: $|\delta_H(v)| \geq \chi(G) - 1$. (3 Punkte)

5. Ein Graph G heiße Intervallgraph, wenn es Intervalle $[a_v, b_v]$ für $v \in V(G)$ gibt, so dass $\{v, w\} \in E(G) \Leftrightarrow [a_v, b_v] \cap [a_w, b_w] \neq \emptyset$. Zeigen Sie, dass Intervallgraphen perfekt sind. (3 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 16.6.2016, vor der Vorlesung.