Sommersemester 2016
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
5. Übung

1. Berechnen Sie die erzeugende Funktion der harmonischen Zahlen. (3 Punkte)
   Hinweis: Benutzen Sie die aus die Analysis bekannte Gleichung $\sum_{n\geq 1} \frac{(-1)^{n+1}z^n}{n} = \log(1+z)$.

2. Berechnen Sie durch Betrachtung geeigneter erzeugender Funktionen die folgende Summe:
   $$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}^2.$$
   Im Ergebnis können Binomialkoeffizienten vorkommen, aber davon abgesehen muss eine Auswertung durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen möglich sein. (3 Punkte)
   Hinweis: Betrachten Sie $(1-x^2)^n$.

3. Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei gegeben durch $a_0 = 1$ und $a_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \frac{a_k}{2^k}$ für $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Geben Sie eine Formel (ohne unendliche Summe) für die exponentielle erzeugende Funktion von $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ an und ebenso ein direkte Formel zur Berechnung der einzelnen Folgeglieder. (4 Punkte)

4. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:
   (a) Ein ungerichteter Graph ist genau dann 2-fach kantenzusammenhängend, wenn er mindestens zwei Knoten und eine Ohrenzerlegung hat.
   (b) Ein gerichteter Graph ist genau dann stark zusammenhängend, wenn er eine Ohrenzerlegung hat.
   (c) Die Kanten eines ungerichteten Graphen G mit mindestens zwei Knoten können genau dann so orientiert werden, dass der resultierende gerichtete Graph stark zusammenhängend ist, wenn G 2-fach kantenzusammenhängend ist. (2+2+2 Punkte)

Abgabe: **Dienstag, den 24.5.2016,** vor der Vorlesung.