

Kombinatorik, Graphen, Matroide

3. Übung

1. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke durch partielle Summation (im Ergebnis darf die harmonische Zahl H_n vorkommen, alle anderen Terme sollen durch eine konstante Anzahl von Rechenoperationen zu berechnen sein):

(a) $\sum_{k=0}^n k^2 2^k.$

(b) $\sum_{k=1}^n H_k^2$ (2+2 Punkte)

2. Bestimmen Sie die Zusammenhangskoeffizienten der Basisfolgen $(x^{\bar{n}})_{n \in \mathbb{N}}$ und $(x^n)_{n \in \mathbb{N}}$, d.h. finden Sie Zahlen $a_{n,k}$ und $b_{n,k}$ (für $n, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$), so dass für alle $n, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ gilt:

$$x^{\bar{n}} = \sum_{k=0}^n a_{n,k} \cdot x^k \quad \text{und}$$

$$x^n = \sum_{k=0}^n b_{n,k} \cdot x^{\bar{k}}$$

Hinweis: Benutzen Sie, dass für reelles x und y und $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ die Vandermonde-Identität gilt, also

$$\binom{x+y}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{x}{k} \binom{y}{n-k}.$$

(4 Punkte)

3. Es sei $(b_k)_{k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}}$ eine Folge mit $n! = \sum_{k \geq 0} b_k n^k$. Zeigen Sie, dass die Werte b_k dadurch eindeutig bestimmt sind, und berechnen Sie sie. (4 Punkte)

Abgabe: **Dienstag, den 3.5.2016**, vor der Vorlesung.

Hinweis der Fachschaft Mathematik:

Die Fachschaft Mathematik feiert am 12.05 ihre Matheparty in der N8schicht. Der VVK findet am Mo. 9.05., Di. 10.05. und Mi. 11.05. vor der Mensa Poppelsdorf statt. Alle weiteren Infos auch auf fsmath.uni-bonn.de