

Kombinatorik, Graphen, Matroide

5. Übung

- Bestimmen Sie die Zahl a_n der Wörter der Länge n über dem Alphabet $\{A, B, C, 1, 2, 3, 4\}$, in denen keine zwei Buchstaben direkt hintereinander stehen (d.h. zeigen Sie, wie a_n direkt aus n berechnet werden kann). (5 Punkte)
Hinweis: Betrachten Sie die Erzeugende Funktion $A(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$.
- Berechnen Sie die erzeugende Funktion der harmonischen Zahlen (3 Punkte)
Hinweis: Benutzen Sie die aus der Analysis bekannte Gleichung $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n+1} z^n}{n} = \log(1+z)$.
- Sei G ein einfacher ungerichteter Graph mit n Knoten und m Kanten.
 - Zeigen Sie, daß, wenn $m \geq n+4$ gilt, G zwei kantendisjunkte Kreise enthalten muß. Folgt das auch notwendigerweise, wenn $m = n+3$ gilt?
 - Zeigen Sie, daß G genau dann zweifach kantenzusammenhängend ist, wenn er mindestens zwei Knoten und eine Ohrenzerlegung hat. (4+2 Punkte)
- Analog zu Einbettungen von Graphen in die Ebene kann man auch überschneidungsfreie Einbettungen in den Torus betrachten. Zeigen Sie, daß der K_7 überschneidungsfrei in den Torus einbettbar ist. (2 Punkte)