Sommersemester 2014
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
11. Übung

1. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit Rangfunktion r. Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: $(E, \mathcal{F})$ ist genau dann uniform, wenn es keine Kreise mit weniger als $r(E) + 1$ Elementen enthält. (2 Punkte)

2. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit Rangfunktion r, und sei k eine positive ganze Zahl. Sei $r_k : 2^E \to \mathbb{Z}_+$ definiert durch $r_k(X) = \min\{k, r(X)\}$. Zeigen Sie, daß r_k die Rangfunktion eines Matroids ist. (4 Punkte)

3. Sei $(E, \mathcal{F})$ ein Matroid mit Abschlußoperator $\sigma : 2^E \to 2^E$, und sei $e \in E$. Zeigen Sie, daß die folgenden Aussagen äquivalent sind:

   (a) e ist in jeder Basis enthalten.

   (b) e ist in keinem Kreis enthalten.

   (c) Wenn $X \subseteq E$ und $e \in \sigma(X)$, dann $e \in X$.

   (d) $r(E \setminus \{e\}) = r(E) - 1$.

   (e) Für jedes $X \in \mathcal{F}$ gilt $(X \cup \{e\}) \in \mathcal{F}$. (5 Punkte)

4. Seien C_1 und C_2 zwei Kreise eines Matroids $(C_1 \cup C_2, \mathcal{F})$ mit $C_1 \setminus C_2 = \{e\}$. Zeigen Sie, daß wenn C_3 ein Kreis des Matroids ist, $C_3 = C_1$ oder $(C_2 \setminus C_1) \subseteq C_3$ gilt. (4 Punkte)

Abgabe: Donnerstag, den 3.7.2014, vor der Vorlesung.