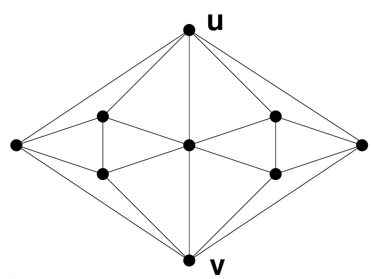
Sommersemester 2014
Prof. Dr. B. Korte
Dr. U. Brenner

Forschungsinstitut für Diskrete Mathematik
Universität Bonn

Kombinatorik, Graphen, Matroide
9. Übung

1. Zeigen Sie $\chi_l(K_{d,d^d}) = d+1$ für $d \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ (wobei K_{d,d^d} der vollständige bipartite Graph mit d Knoten auf einer Seite der Bipartition und d^d Knoten auf der anderen Seite der Bipartition sei). (3 Punkte)

2. Betrachten Sie den folgenden Graph:



   (a) Geben Sie Farblisten für die Knoten an, die für u und v aus je einem Element und für alle anderen Knoten aus je vier Elementen bestehen, so daß es für diese Listen keine zulässige Listenfärbung gibt.

   (b) Folgern Sie aus (a), daß es planare Graphen gibt, deren listenchromatische Zahl größer als vier ist. (2+3 Punkte)

3. Für einen ungerichteten Graph G und $t \in \mathbb{N}$ sei $p_G(t)$ die Zahl der verschiedenen zulässigen Knotenfärbungen von G mit den Farben $\{1, \dots, t\}$. Dabei betrachten wir zwei Knotenfärbungen als verschieden, wenn es mindestens einen Knoten gibt, dem sie unterschiedliche Farben zuordnen. Zeigen Sie, daß für jeden Graphen G die Abbildung $p_G : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ein Polynom vom Grad $|V(G)|$ ist. (4 Punkte)

   Hinweis: Betrachten Sie zunächst vollständige Graphen. Bei Graphen, in dem es zwei Knoten v und w gibt, die nicht durch eine Kante verbunden sind, können Sie sich dann überlegen, was passiert, wenn Sie v und w durch eine zusätzliche Kante verbinden oder $\{v, w\}$ kontrahieren.

4. (a) Bestimmen Sie p_G (siehe Aufgabe 3) für den Fall, daß G ein Baum ist.

   (b) Wie sieht p_G aus, wenn G ein Wald ist, der aus k Zusammenhangskomponenten besteht? (2+1 Punkte)

Abgabe: **Dienstag, den 17.6.2014, vor der Vorlesung**.